

直流側電圧の降下特性を考慮した PWM インバータの動的モデルと電流追従制御*

佐々木 清吾[†]

Dynamical Model and Current Tracking Control of PWM Inverter with DC-side Voltage Drop*

Seigo SASAKI[‡]

Abstract: A nonlinear feedback controller is derived to achieve AC-side current tracking control of PWM inverter with DC-side voltage drop. The controller design is carried out on the basis of state averaged model of the PWM inverter, which is a nonlinear system. The nonlinear model describes the dynamic behavior of the DC-side voltage drop which causes an AC-side current distortion. The control problem is treated as a nonlinear H^∞ control problem for the nonlinear system via Lyapunov-based game theory approach. Convex programming technique concretely gives a controller solving the problem. Computer simulations show efficiencies of the control system and the control system design approach.

Keyword : PWM inverter, dynamical model, nonlinear control

1 はじめに

PWM(Pulse-Width-Modulated) インバータは、スイッチ素子の開閉によって直流電力を交流電力に変換するシステムである。このスイッチ素子を駆動するために制御器は変調波を出力する。理論的には、変調波は正弦波状であり、その変化に伴って交流側電流などが正弦波状になる^{1),2)}。交流側電流などを正弦波状にするためには、実際には、回路の状態に応じて変調波を調整しなければならない。なぜなら、直流側電圧の変動によって交流側電流などが歪んだ正弦波になるからである。

直流側電圧は、様々な要因によって変化している。それは、商用交流電圧を整流したものであれば整流操作に伴う脈動を含んでいる。また、PWM インバータ自身の動作に伴っても変動する。PWM インバータはスイッチ素子によって電力を変換するシステムであるため、理想的には、直流側電力と交流側電力は等しい。そのため、交流側電流などの正弦波状変化は電力の供給側である直流側に現れ、直流側電圧を降下させる。これらの変動を抑制するために、一般には、大容量の平滑コンデンサを接続する。さらに、コンデンサの容量を削減するために、補償回路を接続する³⁾。また、その変動を観測し、その変化に応じて変調波を調整する様々な方法が提案されている^{4),5)}。

本稿では、PWM インバータの電力変換に伴って生じる直流側電圧の降下特性を動的モデルとして考慮し、主回路には手を加えずにこれらの問題点に対処する。具体的には、直流側電圧を観測せずに交流側電流などを正弦波状にする変調波を出力する制御器を設計する。

多くの制御問題において制御器を設計する場合、線形制御理論を用いる。これは、制御器を具体的に設計する手法が線形モデルを対象にしているからである。パワーエレクトロニクス制御システムの設計においても同様である⁶⁾。しかし線形モデルでは、PWM インバータで問題となる交流側電流に対する正弦波指令値の2倍の周波数で変動する直流側電圧・電流の振舞いを表現できない。このため、線形モデルに基づいて設計した制御器では、この問題に十分に対応できない。そこで本稿では、直流側電圧の降下特性を考慮することにより、この振舞いを表現できる PWM インバータシステムの非線形モデルを導出する。そして、その非線形モデルに基づいて電流追従制御を行う制御器を設計し、望ましい制御性能を達成する。動的モデルに基づいて設計するために直流側電圧の推定器を含む制御器を得る。

非線形モデルに基づくパワーエレクトロニクス制御システムの設計問題は、近年、徐々に論じられるようになってきた^{8),9)}。本稿では、PWM インバータ制御システムの設計問題を非線形 H^∞ 制御問題ととらえ、文献 11), 12) に基づいて制御器を設計する。本稿での設計手順はつぎの通りである。

まず、PWM インバータのスイッチモデルを直流側電

*European Control Conference で一部発表 (1999・8)

[†]防衛大学校 電気電子工学科

[‡]Department of Electrical and Electronic Engineering, National Defense Academy, 1-10-20 Hashirimizu, Yokosuka
(Received May 28, 2003)

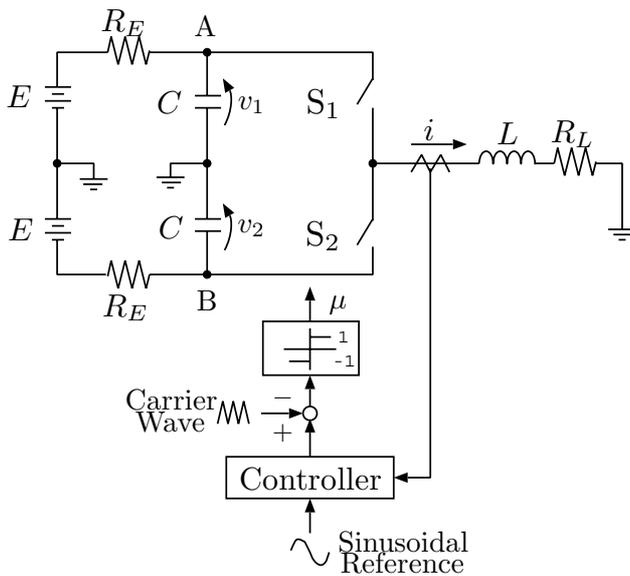


Fig. 1: PWM Inverter Control System

圧の降下特性を考慮して導出する．文献6)で紹介している状態平均化法を用いて，状態平均化モデルを得る．つぎに，そのモデルが非線形システムであることから，電流追従制御問題を非線形 H^∞ 出力フィードバック制御問題としてとらえる．文献 11),12) の結果より，その制御問題を凸計画問題に帰着し，具体的に制御器を得る．本稿の最後では，数値シミュレーションにより，設計した PWM インバータ制御システムならびに使用した設計法の有効性を検証する．

2 PWM インバータモデル

本稿では，Fig.1 に示す三角波比較方式を用いた電流追従形の PWM インバータ制御システムを設計する．制御器は，交流側電流が望ましい正弦波になるようにスイッチ S_1, S_2 を駆動する変調波を出力する．このとき交流側電圧は，その平均値が正弦波状になる矩形波になっている．この交流側の電圧平均値・電流値は，PWM インバータの動作特性のために歪んだ正弦波になりやすい．本節では，このことを明らかにし，その特性を含んだ動的モデルを導出する．なお以下では，Fig.1 の2点 A, B における電圧を直流側電圧と呼ぶ．

本節では，まず，静的モデルを用いて，交流側電圧の平均値が正弦波状になる理由を示す．そして，それが直流側電圧の変動によって歪むことを示す．この直流側電圧の変動は，正弦波状の交流側電流によって引き起こされる降下特性であることを明らかにする．つぎに，この直流側電圧の降下特性を考慮した動的モデルを導出する．それは，エネルギー変換部のスイッチモデルから導かれる状態平均化モデルとして与えられる．

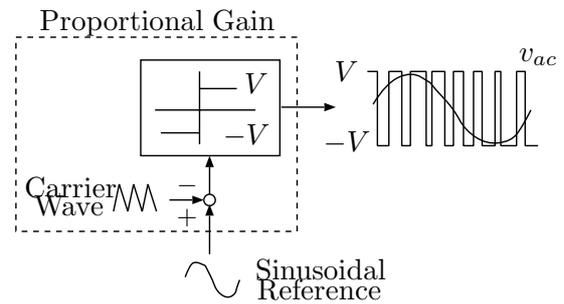


Fig. 2: Static Model for PWM Inverter

2.1 直流側電圧の降下特性

インバータのスイッチにかかる直流側電圧の大きさを V として表すと，Fig.1 の変調波から交流側出力までを Fig.2 のように表すことができる（ただしここでは，制御器の出力である変調波は望ましい正弦波であるとする）．このとき，交流側電圧 v_{ac} は矩形波状になり，その平均値 \bar{v}_{ac} は $\bar{v}_{ac} = V \sin \omega t$ になる（付録 A を参照）．ただし， ω は変調波で指定した角周波数を表す．したがって，直流側電圧 V が変動すれば，交流側電圧の平均値 \bar{v}_{ac} は歪んだ正弦波になる．

この直流側電圧の変動は，PWM インバータのエネルギー変換に伴って生じ，具体的にはつぎの2つの特性からなる．

- (1) 直流側電流の脈動による直流側電圧の変動．
- (2) 交流側電流の正弦波状変化に伴う直流側電圧の降下．

Fig.1 において，理想スイッチはエネルギーを消費しないので，変換された交流側電力は直流側電力に等しい．(1) したがって，仮に直流側電圧 v_{dc} が一定に供給され，交流側電圧平均値・電流が角周波数 ω の正弦波状になるとすると，電力不変の関係 $v_{dc} i_{dc}(2\omega) = \bar{v}_{ac}(\omega) i_{ac}(\omega)$ が成立する（文献7), p.214 を参照）．このとき，直流側電流 i_{dc} は角周波数 ω の2倍の周波数で変動し，これが電源の内部抵抗 R_E を流れると供給する直流側電圧が変動することになる．(2) また，交流側電流が増加すると，その変化に伴って直流側から電流が引き出される．この電流が抵抗 R_E を流れると直流側電圧が降下する．以上より，交流側の正弦波状変化に応じて直流側電圧・電流が変化し，結局交流側波形が歪んだ正弦波になる．

これらの現象は，直流電源の内部抵抗 R_E に起因する性質であり，この変動を抑制するためにコンデンサ C が接続されている．本稿では，この交流側電流の変化に伴って生じる直流側電圧の振舞いをモデル化し，高性能な制御器の設計に利用する．

2.2 動的モデル

本節では、直流側電圧の降下特性を考慮した動的モデルを導出する。まず、PWMインバータのスイッチモデルを導出する。つぎに、状態平均化法により状態平均化モデルを得る。

2.2.1 スイッチモデル

Fig.1のインバータ回路において、インダクタに流れる電流 i 、コンデンサにかかる電圧 v_1, v_2 を状態変数として扱い、スイッチ素子を開閉する信号 μ を制御入力として扱うとインバータのスイッチモデル (Σ_S):

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt} \begin{bmatrix} i \\ v_1 \\ v_2 \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} -\frac{R_L}{L} & \frac{1}{2L} & -\frac{1}{2L} \\ -\frac{1}{2C} & -\frac{1}{R_EC} & 0 \\ \frac{1}{2C} & 0 & -\frac{1}{R_EC} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i \\ v_1 \\ v_2 \end{bmatrix} \\ &+ \left\{ i \begin{bmatrix} 0 \\ -\frac{1}{2C} \\ -\frac{1}{2C} \end{bmatrix} + v_1 \begin{bmatrix} \frac{1}{2L} \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} + v_2 \begin{bmatrix} \frac{1}{2L} \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \right\} \mu \\ &+ \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix} \frac{E}{R_EC} \end{aligned} \quad (1)$$

を得る。入力 μ は、 $\mu = 1$ のとき S_1 が閉じ、 S_2 が開いている状態を表し、 $\mu = -1$ のとき S_1 が開き、 S_2 が閉じている状態を表す。 L はインダクタンス、 C はキャパシタンス、 E は直流電源電圧、 R_E, R_L は抵抗を表す。

R_E は直流電源の内部抵抗を表し、 E と R_E により直流電源のある動作点における一次近似モデルを表している。これにより、直流側電圧の降下特性を表現する。

2.2.2 状態平均化モデル

つぎに、文献6)で紹介している状態平均化アプローチを用いて、スイッチモデル (Σ_S) を状態平均化モデル (Σ_{SA}):

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt} \begin{bmatrix} \bar{i} \\ \bar{v}_1 \\ \bar{v}_2 \end{bmatrix} &\approx \begin{bmatrix} -\frac{R_L}{L} & \frac{1}{2L} & -\frac{1}{2L} \\ -\frac{1}{2C} & -\frac{1}{R_EC} & 0 \\ \frac{1}{2C} & 0 & -\frac{1}{R_EC} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \bar{i} \\ \bar{v}_1 \\ \bar{v}_2 \end{bmatrix} \\ &+ \left\{ \bar{i} \begin{bmatrix} 0 \\ -\frac{1}{2C} \\ -\frac{1}{2C} \end{bmatrix} + \bar{v}_1 \begin{bmatrix} \frac{1}{2L} \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} + \bar{v}_2 \begin{bmatrix} \frac{1}{2L} \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \right\} \bar{\mu} \\ &+ \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix} \frac{E}{R_EC} \end{aligned} \quad (2)$$

として近似表現する。ただし、 $\bar{i}, \bar{v}_1, \bar{v}_2, \bar{\mu}$ は、それぞれ、 i, v_1, v_2, μ の移動平均値を表している⁶⁾。

モデル (Σ_{SA}) は、状態変数と入力の積の項をもつことから、双線形システムである¹⁰⁾。本稿で問題にしている交流側波形の2倍の周波数の電圧変動、ならびにそれによる電流ひずみは、この非線形性によって表されている。このことは、スイッチ周期に依存しない性質であり、モデル (Σ_{SA}) に含まれている振舞である。古典制御に代表される線形モデルでは、入力周波数以外の周波数である2倍の周波数の振舞いは表現できない。以下では、この双線形モデル (Σ_{SA}) を用いて制御器を設計し、電流追従制御を達成する。

注意1 文献6)の11章で詳細に議論されているように、電力変換回路では多くの場合、移動平均に用いる時間幅として、規則的な最小の時間幅であるスイッチ周期を用いる。なぜなら、平均化モデル (Σ_{SA}) の左辺は、右辺の式によって近似的に表すことになるからである。この誤差は、2変数の積の移動平均値 (たとえば、 $\bar{i}\bar{\mu}$) は、2つの移動平均値の積 (たとえば、 $\bar{i}\bar{\mu}$) にならないことによる (文献6), p.297を参照)。この誤差が小さくなる時は、一スイッチ周期において変数が一定とみなせる場合である。すなわち、スイッチ周期が短い (スイッチング周波数が高い) ほど、モデル (Σ_{SA}) は良い平均化モデルになる。

3 制御システム設計

前節で導出した状態平均化モデル (Σ_{SA}) は、状態変数と制御入力の積の項をもつ双線形システムである¹⁰⁾。本節では、そのモデルが非線形システムであることから、電流追従制御問題を非線形 H^∞ 制御問題ととらえる。ここでは、正弦波目標値に対して電流追従誤差を抑制する問題を解くことになる。そして、非線形制御システムの設計法^{11),12)}を用いて制御器を設計する。

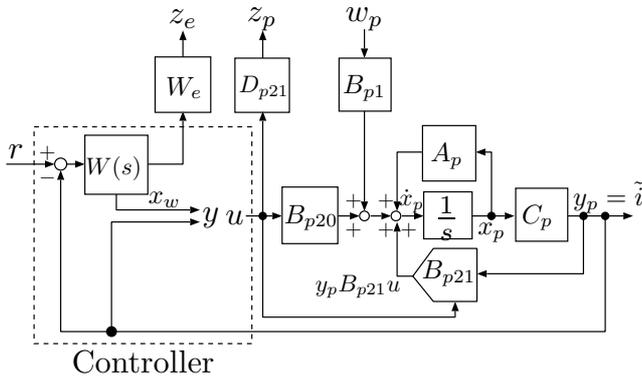
制御器を設計するための準備として、平均化モデル (Σ_{SA}) を基準点 $[\bar{i} \ \bar{v}_1 \ \bar{v}_2 \ \bar{\mu}] = [0 \ E \ E \ 0]$ まわりでのモデル (Σ_A):

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt} \begin{bmatrix} \tilde{i} \\ \tilde{v}_1 \\ \tilde{v}_2 \end{bmatrix} &\approx \begin{bmatrix} -\frac{R_L}{L} & \frac{1}{2L} & -\frac{1}{2L} \\ -\frac{1}{2C} & -\frac{1}{R_EC} & 0 \\ \frac{1}{2C} & 0 & -\frac{1}{R_EC} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \tilde{i} \\ \tilde{v}_1 \\ \tilde{v}_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \frac{E}{L} \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \\ &+ \tilde{i} \begin{bmatrix} 0 \\ -\frac{1}{2C} \\ -\frac{1}{2C} \end{bmatrix} + \tilde{v}_1 \begin{bmatrix} \frac{1}{2L} \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} + \tilde{v}_2 \begin{bmatrix} \frac{1}{2L} \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \bar{\mu} \end{aligned} \quad (3)$$

に書き改める。ただし、 $[\tilde{i} \ \tilde{v}_1 \ \tilde{v}_2 \ \tilde{\mu}] = [\bar{i} \ \bar{v}_1 \ \bar{v}_2 \ \bar{\mu}] - [0 \ E \ E \ 0]$ である。

3.1 制御モデル

いま、交流側電流のみを観測する場合を考えていることから、 \tilde{i} のみが観測できる状態である。文献11),12)の

Fig. 3: Generalized Model (Σ_G)

非線形制御器設計法は，観測できない非線形な状態変数を不確かなパラメタとして扱う．したがって，観測できない直流側電圧 \tilde{v}_1, \tilde{v}_2 を不確かなパラメタとして扱う．すなわち，平均化モデル (Σ_{SA}) を不確かさを含むモデル (Σ_{Ad}):

$$\dot{x}_p = A_p x_p + B_{p1} w_p + \{B_{p20} + y_p B_{p21}\} \tilde{\mu}, \quad (4)$$

$$w_p = \begin{bmatrix} \delta_1 & 0 \\ 0 & \delta_2 \end{bmatrix} z_p, \quad z_p = D_{p21} \tilde{\mu}, \quad y_p = C_p x_p$$

として扱う．ただし，

$$x_p = \begin{bmatrix} \tilde{i} & \tilde{v}_1 & \tilde{v}_2 \end{bmatrix}',$$

$$A_p = \begin{bmatrix} -\frac{R_L}{L} & \frac{1}{2L} & -\frac{1}{2L} \\ -\frac{1}{2C} & -\frac{1}{R_E C} & 0 \\ \frac{1}{2C} & 0 & -\frac{1}{R_E C} \end{bmatrix},$$

$$B_{p1} = \begin{bmatrix} \frac{1}{2L} & \frac{1}{2L} \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \frac{\gamma V_{b1}}{W_{u1}} & 0 \\ 0 & \frac{\gamma V_{b2}}{W_{u2}} \end{bmatrix}, \quad B_{p20} = \begin{bmatrix} \frac{E}{L} \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix},$$

$$B_{p21} = \begin{bmatrix} 0 \\ -\frac{1}{2C} \\ -\frac{1}{2C} \end{bmatrix}, \quad D_{p21} = \begin{bmatrix} W_{u1} & 0 \\ 0 & W_{u2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix},$$

$$C_p = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}, \quad |\delta_1| < 1/\gamma, \quad |\delta_2| < 1/\gamma$$

である．ただし， $\gamma, V_{b1}, V_{b2}, W_{u1}, W_{u2}$ は，制御器設計用の重み行列であり，以下の議論で指定する．(4) 式の右辺第 2 項が制御入力 $\tilde{\mu}$ の影響を受ける不確かな部分を表している．

このモデル (Σ_{Ad}) は，直流側電圧 \tilde{v}_1, \tilde{v}_2 が交流側電流 \tilde{i} と変調波 $\tilde{\mu}$ の積によって変化することを表している．すなわち，直流側電圧は指定した交流側電流周波数の 2 倍の周波数成分を含むことになる．そして，交流側電流 \tilde{i} は，変調波 $\tilde{\mu}$ を通して加えられる不確かさ（不確かなパラメタとみなした直流側電圧）の影響を受けることを表している．

3.2 設計仕様

電流追従形 PWM インバータ制御システムを設計することは，モデル (Σ_{Ad}) に対して設計仕様:

(S1) 交流側電流 \tilde{i} が正弦波入力 r に追従し ($r \rightarrow z_e$),

(S2) 直流側電圧 \tilde{v}_1, \tilde{v}_2 の変動に対する制御器出力 $\tilde{\mu}$ への影響を抑制する ($w_p \rightarrow z_p$);

ことを満足する制御器を求めることになる (Fig.3) .

Fig.3 より，制御モデル (Σ_{Ad}) に仕様 (S1)(S2) を組み入れた一般化モデル (Σ_G):

$$\dot{x} = Ax + B_1 w + B_2(y)u, \quad (5)$$

$$z = C_1 x + D_{12}u, \quad (6)$$

$$y = C_2 x \quad (7)$$

を得る．ただし，

$$x = \begin{bmatrix} x'_w & x'_p \end{bmatrix}', \quad w = \begin{bmatrix} r & w'_p \end{bmatrix}', \quad u = \tilde{\mu},$$

$$z = \begin{bmatrix} z_e & z'_p \end{bmatrix}', \quad A = \begin{bmatrix} A_w & A_{12} \\ 0 & A_p \end{bmatrix},$$

$$A_{12} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ -k\omega & 0 & 0 \end{bmatrix}, \quad B_1 = \begin{bmatrix} B_w & 0 \\ 0 & B_{p1} \end{bmatrix},$$

$$B_2(y) = \begin{bmatrix} 0 \\ B_{p20} \end{bmatrix} + y_4 \begin{bmatrix} 0 \\ B_{p21} \end{bmatrix},$$

$$C_1 = \begin{bmatrix} W_e C_w & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix},$$

$$D_{12} = \begin{bmatrix} 0 \\ D_{p21} \end{bmatrix}, \quad C_2 = \begin{bmatrix} I & 0 \end{bmatrix}$$

である． y_4 は，出力 y の 4 番目の要素，すなわち観測できる状態 y_p (交流側電流) を表す． x_w, A_w, B_w, C_w は仕様 (S1)(S2) に対する重み関数 $W(s) = k\omega/(s(s^2 + \omega^2))$ の状態空間表現

$$\dot{x}_w = A_w x_w + B_w(r - C_p x_p), \quad x_w = 0,$$

$$y_w = C_w x_w$$

における状態変数ならびに係数行列を表す．ただし，

$$A_w = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & -\omega^2 & 0 \end{bmatrix}, \quad B_w = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ k\omega \end{bmatrix},$$

$$C_w = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

である．重み関数 $W(s)$ に含めた 1 つの積分器は， w_p の影響による定常偏差の増加を抑制する役割を果たしている．これは，高周波領域におけるゲインを低下させたフィルタの役割を果たしている．

3.3 制御器の構成

前節までに導出した一般化モデル (Σ_G) に基づいて、制御器を構成する。この制御器は、Fig.3 の空白部分である y から u への関数に対応する。

文献 11), 12) の結果より、制御器はつぎの定理によって特徴づけられる。

定理 1^{11),12)} 一般化モデル (Σ_G) に対して、ある制御指標 γ が存在し、状態 y のある領域において、つぎの条件を満たす行列 X, Q が存在するものとする。

$$\begin{bmatrix} F_1(X, y) & XC'_1 & B_1 \\ C_1X & -I & 0 \\ B'_1 & 0 & -\gamma^2I \end{bmatrix} < 0, \quad (8)$$

$$\begin{bmatrix} F_2(Q) & QB_1 & C'_1 \\ B'_1Q & -I & 0 \\ C_1 & 0 & -\gamma^2I \end{bmatrix} < 0, \quad (9)$$

$$\begin{bmatrix} Q & I \\ I & \gamma^2X \end{bmatrix} > 0. \quad (10)$$

ただし、

$$F_1(X, y) := XA' + AX - B_2(y)(D'_{12}D_{12})^{-1}B_2(y)', \quad (11)$$

$$F_2(Q) := QA + A'Q - C'_2C_2 \quad (12)$$

である。このとき、与えられた制御仕様を満たす制御器は、

$$\begin{aligned} \dot{\hat{x}} &= A\hat{x} - B_2(y)(D'_{12}D_{12})^{-1}B_2(y)'X^{-1}\hat{x} \\ &\quad + \gamma^{-2}B_1B'_1X^{-1}\hat{x} \\ &\quad + [Q - \gamma^{-2}X^{-1}]^{-1}C'_2(y - C_2\hat{x}) \\ &\quad + \gamma^{-2}[Q - \gamma^{-2}X^{-1}]^{-1} \\ &\quad \quad X^{-1}\text{Eqn}(X, y)X^{-1}\hat{x}, \end{aligned} \quad (13)$$

$$u = -(D'_{12}D_{12})^{-1}B_2(y)'X^{-1}\hat{x} \quad (14)$$

で与えられる。ただし、 $\text{Eqn}(X, y)$ は

$$\begin{aligned} \text{Eqn}(X, y) &= XA' + AX - (B_2(y)(D'_{12}D_{12})^{-1}B_2(y)' \\ &\quad - \gamma^{-2}B_1B'_1) + XC'_1C_1X \end{aligned} \quad (15)$$

である。

定理 1 より、制御器を構成するためには観測できる状態 y (交流側電流) に依存する不等式 (8) ~ (10) を満たす行列 X, Q を得れば良い。なぜなら、定理 1 は、指定した設計仕様に対する最悪状況下で、モデル (Σ_G) の安定性ならびに制御性能を保証するリアプノフ関数行列 X, Q を与えている。そして、それらの行列を用いて制御器を

構成している。これらの行列は、その観測できる状態の許容領域を考慮し、凸計画問題を解くことによって、具体的に得られる^{11),12)}。

直流側電圧の推定器は、(13) 式として得られる。(14) 式は、観測できる交流側電流によって変化するゲインを表している。同様に、推定器 (13) のゲインも交流側電流によって変化する。

4 数値シミュレーション

本節では、数値シミュレーションにより、設計した制御システムならびに使用した設計法の有効性を検証する。制御器の設計ならびに数値シミュレーションには、MATLAB/Simulink/LMI Control Toolbox を使用した。

1kVA 程度の太陽光発電インバータシステムを想定して、回路パラメタには、

$$\begin{aligned} R_L &= 10 [\Omega], & L &= 5 [\text{mH}], \\ R_E &= 1 [\Omega], & C &= 1000 [\mu\text{F}], & E &= 141 [\text{V}] \end{aligned}$$

を用いた。このとき、設計パラメタを

$$\begin{aligned} W_e &= 0.95, & W_{u1} &= W_{u2} = 0.5, & V_{b1} &= V_{b2} = 10, \\ \gamma &= 1.2, & \omega &= 100\pi, & k &= 100 \end{aligned}$$

とした。これらの設計パラメタは、まず、設計仕様から各パラメタの相対的な大きさを決定した。絶対的な大きさは、定理 1 の可解性を判別することによって調整した。最終的には、数値シミュレーションによって決定した。具体的には、つぎのとおりである。

まず、仕様 (S2) よりも (S1) を重要視した。なぜなら、2 節で述べたように (S2) は (S1) に起因する必然的な性質であるからである。この性質を重要視すると、保守的な制御器を構成することになり、結局 (S1) を達成することができなくなるからである。したがって、 W_e を W_{u1}, W_{u2} よりも大きな値にした。つぎに、コンデンサ電圧が ± 10 [V] (すなわち、 $131 \leq \bar{v}_1 \leq 151$, $131 \leq \bar{v}_2 \leq 151$) 変化することを考慮して、 $V_{b1} = V_{b2} = 10$ にした。50Hz の交流電力へ変換することから、 $w = 100\pi$ である。また、 γ は制御性能が高まっていくようになるべく小さな値にした。ただし、電流追従誤差を抑制するために γ を小さくしすぎると、入出力電力が一定であることから直流側電圧が大きく変化することになり、結局交流側電流が歪むことになる。さらに、制御器のゲインが大きくなることから過渡応答が振動的になる。したがって、太陽光発電用インバータの設計指針を参考に過渡応答が振動的にならず、定常状態における追従誤差が 3% 以内におさまるように設定した。

これらの設計パラメタを用いて一般化モデル (Σ_G) を構成し、定理 1 によって制御器を得る。まず、1kVA 程度の

$$X = \begin{bmatrix} 2.10 \times 10^0 & -1.06 \times 10^1 & -1.83 \times 10^3 & -3.43 \times 10^1 & 1.00 \times 10^3 & -1.00 \times 10^3 \\ -1.06 \times 10^1 & 4.55 \times 10^3 & -5.27 \times 10^5 & 1.37 \times 10^4 & -3.02 \times 10^5 & 3.02 \times 10^5 \\ -1.83 \times 10^3 & -5.27 \times 10^5 & 6.96 \times 10^8 & 2.58 \times 10^7 & 4.30 \times 10^7 & -4.30 \times 10^7 \\ -3.43 \times 10^1 & 1.37 \times 10^4 & 2.58 \times 10^7 & 3.75 \times 10^6 & -1.22 \times 10^7 & 1.22 \times 10^7 \\ 1.00 \times 10^3 & -3.02 \times 10^5 & 4.30 \times 10^7 & -1.22 \times 10^7 & 3.49 \times 10^8 & 1.31 \times 10^8 \\ -1.00 \times 10^3 & 3.02 \times 10^5 & -4.30 \times 10^7 & 1.22 \times 10^7 & 1.31 \times 10^8 & 3.49 \times 10^8 \end{bmatrix} \quad (16)$$

$$Q = \begin{bmatrix} 1.09 \times 10^0 & -2.54 \times 10^{-1} & 4.07 \times 10^{-6} & 6.32 \times 10^{-6} & -3.12 \times 10^{-6} & 3.07 \times 10^{-6} \\ -2.54 \times 10^{-1} & 1.61 \times 10^0 & 7.61 \times 10^{-5} & -2.41 \times 10^{-4} & -4.54 \times 10^{-3} & 4.54 \times 10^{-3} \\ 4.07 \times 10^{-6} & 7.61 \times 10^{-5} & 1.60 \times 10^{-5} & 2.55 \times 10^{-5} & -7.65 \times 10^{-6} & 7.65 \times 10^{-6} \\ 6.32 \times 10^{-6} & -2.41 \times 10^{-4} & 2.55 \times 10^{-5} & 4.16 \times 10^{-4} & 3.86 \times 10^{-4} & -3.86 \times 10^{-4} \\ -3.12 \times 10^{-6} & -4.54 \times 10^{-3} & -7.65 \times 10^{-6} & 3.86 \times 10^{-4} & 2.56 \times 10^8 & 2.56 \times 10^8 \\ 3.07 \times 10^{-6} & 4.54 \times 10^{-3} & 7.65 \times 10^{-6} & -3.86 \times 10^{-4} & 2.56 \times 10^8 & 2.56 \times 10^8 \end{bmatrix} \quad (17)$$

インバータを設計していることから、観測できる状態量である交流側電流が、 ± 10 [A] (すなわち、 $-10 \leq i \leq 10$) 変化するとする。これにより、観測できる状態 y の許容領域を設定し、定理 1 の不等式条件を解く問題を凸計画問題に帰着し、解 (16), (17) を得た。したがって、制御器 (13)(14) を得る。

設計した制御器による平均化モデル (Σ_{SA})、スイッチモデル (Σ_S) に対する応答をそれぞれ Fig.4, 5 に示す。ただし、以下では正弦波指令値を $r = \sqrt{2} 7 \sin(2\pi 50 t)$ [A] とし、搬送波の周波数を 5 kHz とした。初期値は、 $[i \ v_1 \ v_2] = [0 \ 141 \ 141]$ である。

スイッチモデル (Σ_S) に対する数値シミュレーション、ならびに設計した制御器を実装する際に、平均化モデル (Σ_{SA}) の導出に用いる移動平均化の演算を行なわない。そのため、平均化モデル (Σ_{SA}) に対する応答と、スイッチモデル (Σ_S) に対する応答を比較することは重要である。Fig.4, 5 をみると直流側電圧には、交流側電流の変化に伴う降下、ならびに正弦波指令値の 2 倍の周波数の脈動がみられる。Fig.5 の波形は、スイッチ素子による高い周波数成分を含んでいる。すなわち、Fig.4 は、制御システムの設計を行なう際に本稿で考慮したモデルの振舞いを示している。したがって、平均化モデル (Σ_{SA}) に基づいて制御システムの設計を行なえる。

Fig.4, 5 をみると、直流側電圧を推定するために追従偏差が小さくなるための時間がかかっているが、電流追従を達成していることを確認できる。文献 [13] では、直流側電圧も観測する場合について議論している。この場合は、定常状態への収束はより速く、交流正弦波の半周期以内であった。

つぎに、負荷抵抗が 10Ω から 5Ω に変動した場合の応答を Fig.6 に示す。負荷変動後、速やかに電流追従を達成していることを確認できる。直流側電圧波形に 2 倍の周波数成分の脈動がみられなくなった。これは、制御器

の出力波形 (変調波) の振幅が小さくなり、非線形性の影響が小さくなったからである。その一方、Fig.5 よりも交流側電流に高い周波数成分が含まれていることが確認できる。

設計した制御器の性能を把握するために、線形近似モデルに基づいて設計した線形制御器による応答波形を Fig.7, 8 に示す。この制御器は、平均化モデル (Σ_A) を線形近似し、上記の設計パラメタを用いて、線形モデルに対する定理 1 (すなわち、 $B_2(y) = [0' \ B'_{p20}]'$ とする) により導出した。Fig.7, 8 の (3) からわかるように、 $t = 0.015$ [s] において過渡応答が行過ぎており、非線形制御器による応答 (Fig.4, 5) に比べると、かなり振動的になっている。さらに、 $t = 0.035$ [s] 以降の定常状態において 2 倍の周波数成分による追従誤差が若干大きくなっている。非線形制御器は、そのゲインが交流側電流に応じて調整される。それは、定常状態では追従誤差を抑制するゲインを持ちながら、過渡応答では大きな行過ぎ量を与えない性質を示している。

以上より、設計した制御システムならびに使用した制御器設計法の有効性が確認できる。

5 おわりに

本稿では、直流側電圧の降下特性を考慮することにより、PWM インバータの非線形モデルを導出した。そのモデルに基づいて非線形制御器を設計し、電流追従制御システムを構成した。数値シミュレーションによって、構成した制御システムならびに使用した制御器設計法の有効性を確認した。

近年、高速な A/D コンバータを内蔵した DSP ならびにマイクロコントローラが発表・発売されていることから、提案した制御器を実装可能な状況が整いつつあると考えている。今後、実験できる近辺環境が整い次第、そ

これらのコントローラを選別し、提案手法を実証していく予定である。

参考文献

- 1) 高橋, 宮入: PWM インバータの出力波形とゲート制御信号との関係, 電気学会論文誌 B, **95**-2, 25/32 (1975)
- 2) 谷口, 入江: 三相正弦波 PWM インバータのための変調信号, 電気学会論文誌 B, **105**-10, 76/82 (1985)
- 3) PWM インバータ制御方式の最新技術動向: 電気学会技術報告, 第 635 号 (1997)
- 4) J.-Y.Lee and Y.-Y.Sun: Novel Sinusoidal Pulsewidth Modulation Schemes for Voltage-Source Inverters With Fluctuating Input Voltage *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, **35**-2, 284/294 (1988)
- 5) 船曳繁之: 脈動する入力電圧をもつ三相 PWM インバータのデジタル制御法, 電気学会論文誌 D, **109**-8, 557/564 (1989)
- 6) J.G.Kassakian, M.F.Schlecht and G.C.Vergheese: *Principles of Power Electronics*, Addison-Wesley (1991)
- 7) N.Mohan, T.M.Undeland and W.P.Robbins: *Power Electronics, 2nd Ed.*, John Wiley & Sons, Inc. (1995)
- 8) G.Escobar, R.Ortega, H.Sira-Ramírez, J-P.Vilain and I.Zein: An Experimental Comparison of Several Non-linear Controllers for Power Converters, *IEEE Control Systems Magazine*, **19**-1, 66/82 (1999)
- 9) S.Banerjee and G.C.Vergheese, Eds.: *Nonlinear Phenomena in Power Electronics*, IEEE Press (2001)
- 10) R.R.Mohler: *Nonlinear Systems vol.II, Applications to Bilinear Control*, Prentice Hall (1991)
- 11) S.Sasaki and K.Uchida: Nonlinear H_∞ Control System Design via Extended Quadratic Lyapunov Function, *In Proc. IFAC Nonlinear Control Systems Design Symposium*, 163/168 (1998)
- 12) 佐々木, 内田: 拡張 2 次形式リアプノフ関数による非線形 H_∞ 制御問題へのミニマックスアプローチ, 計測自動制御学会 第 14 回誘導制御シンポジウム予稿集, 115/121 (1997)
- 13) 佐々木, 井上, 内田: 直流側電圧の垂下特性を考慮した PWM インバータの電流追従制御 - 直流側電圧と交流側電流を観測する場合 -, 電気学会 システム・制御研究会 予稿集, SC-99-3 (1999)
- 14) 榎木, 桑原, 砂原: 自動制御工学 非線形制御理論編 第 2 版, 養賢堂 (1996)

A 交流側電圧の平均値 \bar{v}_{ac}

リレー要素の線形化 (文献 14) の 7.4 節を参照) を行うと, 交流側電圧の平均値 \bar{v}_{ac} がつぎのようにして得られる。

Fig.2 より, 変調波, 搬送波, リレー出力 (交流側電圧) の関係は, Fig.9 のように図示できる。ただし, 搬送波の一周期において変調波が一定にみなせるほど, 変調波よ

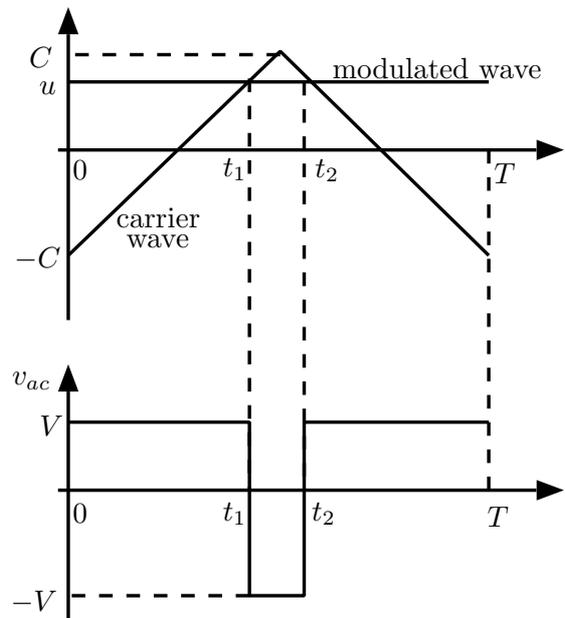


Fig. 9: Relationship between modulated wave and AC-side voltage

りも搬送波の周波数が十分に高いとする。 u は変調波の値, C は搬送波の振幅, T は搬送波の周期を表す。 Fig.9 より, 変調波と搬送波が交わる時刻 t_1, t_2 は

$$\begin{aligned} t_1 &= \frac{T}{4C}u + \frac{T}{4}, \\ t_2 &= -\frac{T}{4C}u + \frac{3T}{4} \end{aligned}$$

になる。したがって, 交流側電圧の平均値 \bar{v}_{ac} は,

$$\begin{aligned} \bar{v}_{ac} &= \frac{1}{T} \int_0^T v_{ac}(\tau) d\tau \\ &= \frac{1}{T} \{V(t_1 - 0) - V(t_2 - t_1) + V(T - t_2)\} \\ &= \frac{V}{C}u \end{aligned} \quad (18)$$

になり, 交流側電圧の平均値 \bar{v}_{ac} は, 直流側電圧, 変調波に比例する。いま, $C = 1, u = \sin \omega t$ とすると,

$$\bar{v}_{ac} = V \sin \omega t \quad (19)$$

を得る。ただし, ω は指定する変調波の角周波数である。

[著者紹介]

佐々木 清吾 (正会員)

1971 年生。1993 年早稲田大学理工学部電気工学科卒業, 1998 年同大学院博士課程修了。1997 年早稲田大学理工学部助手, 1998 年より防衛大学校助手, 現在に至る (電気電子工学科)。自動制御器を構成するための動的システム論に関する研究に従事。博士 (工学)。IEEE, 電気学会などの会員。

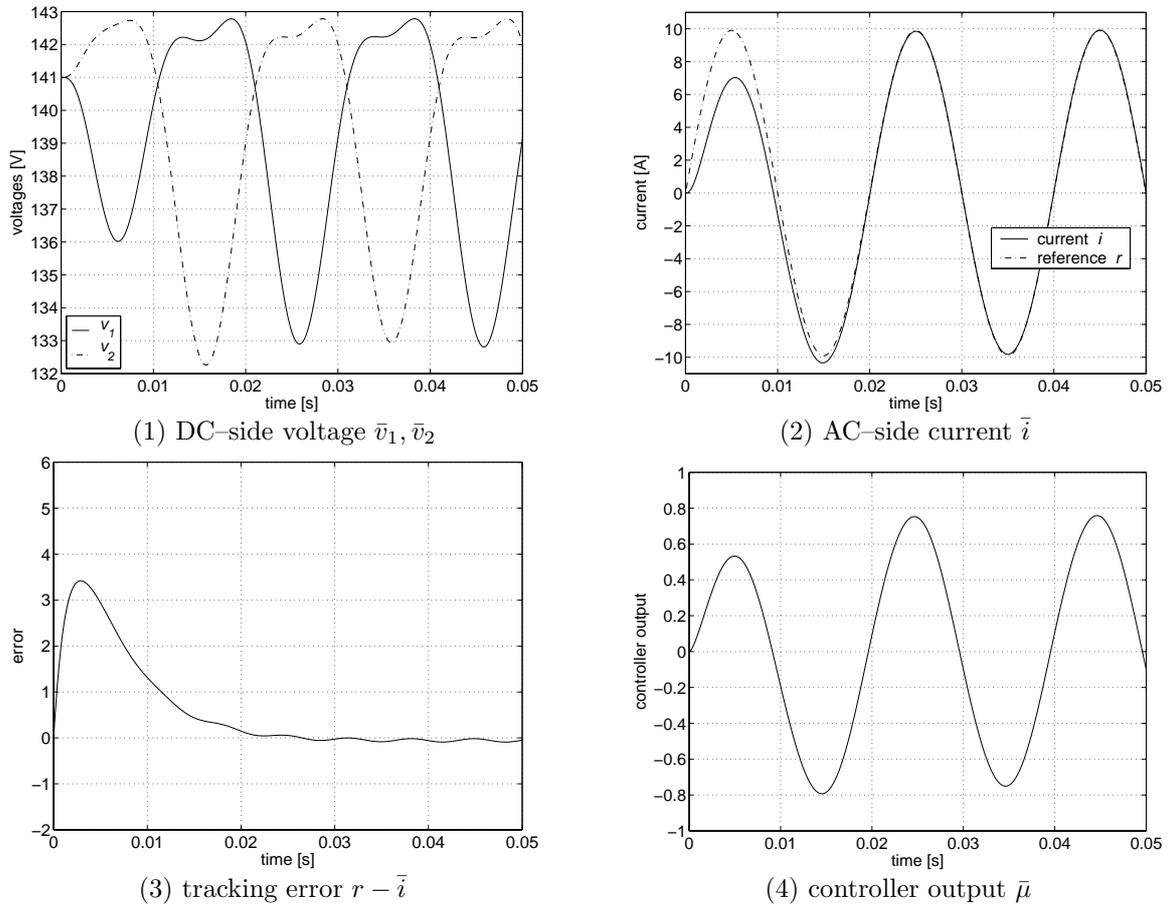


Fig. 4: Responses for averaged model (Σ_{SA})

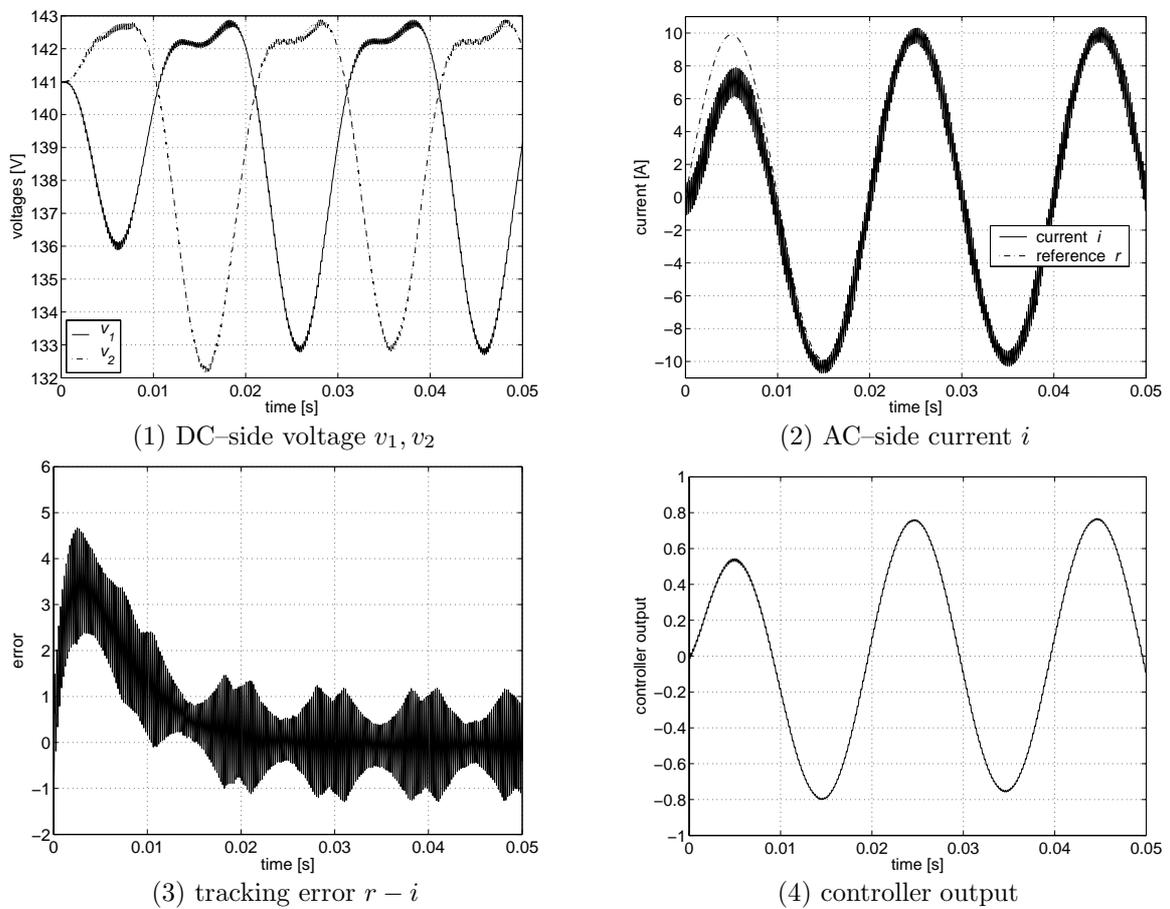


Fig. 5: Responses for switched model (Σ_S)

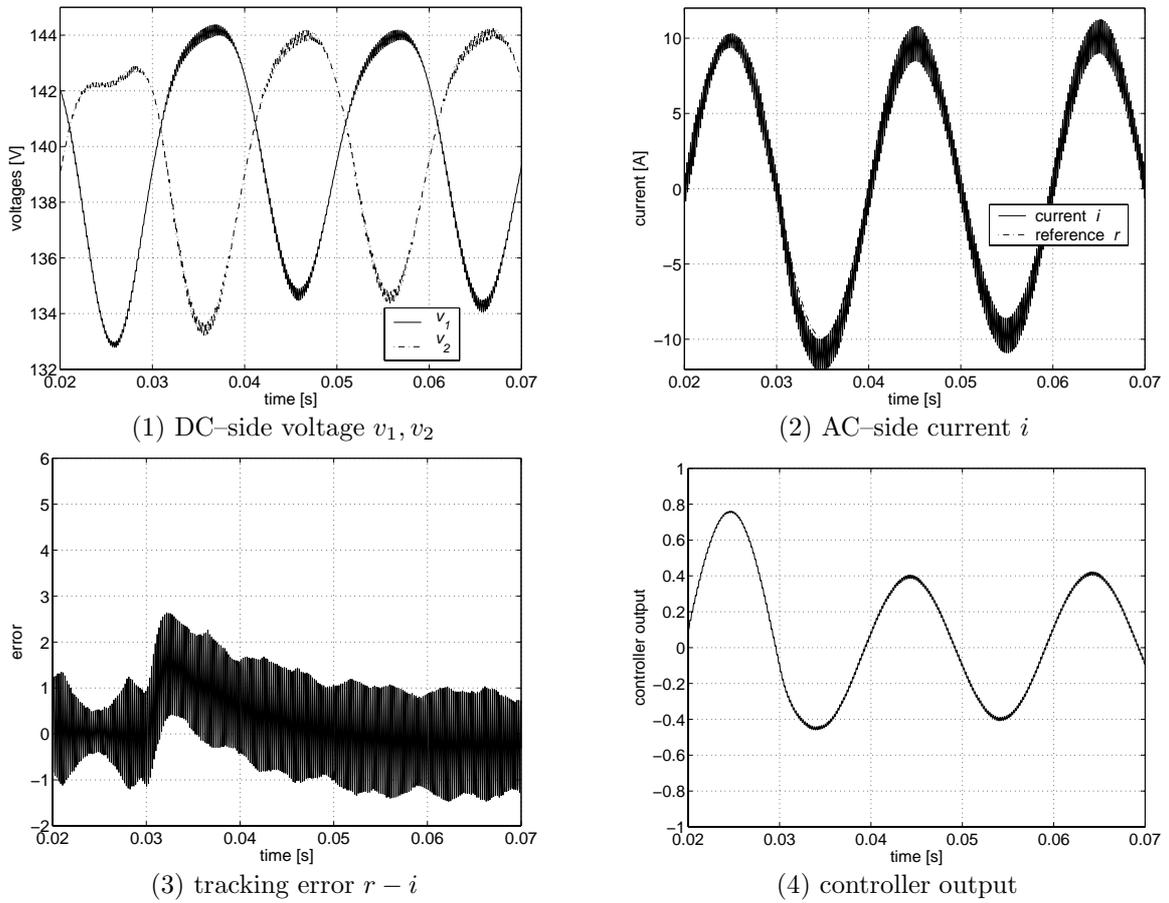


Fig. 6: Responses for switched model (Σ_S) when a load resistance R_L changes from 10Ω to 5Ω .

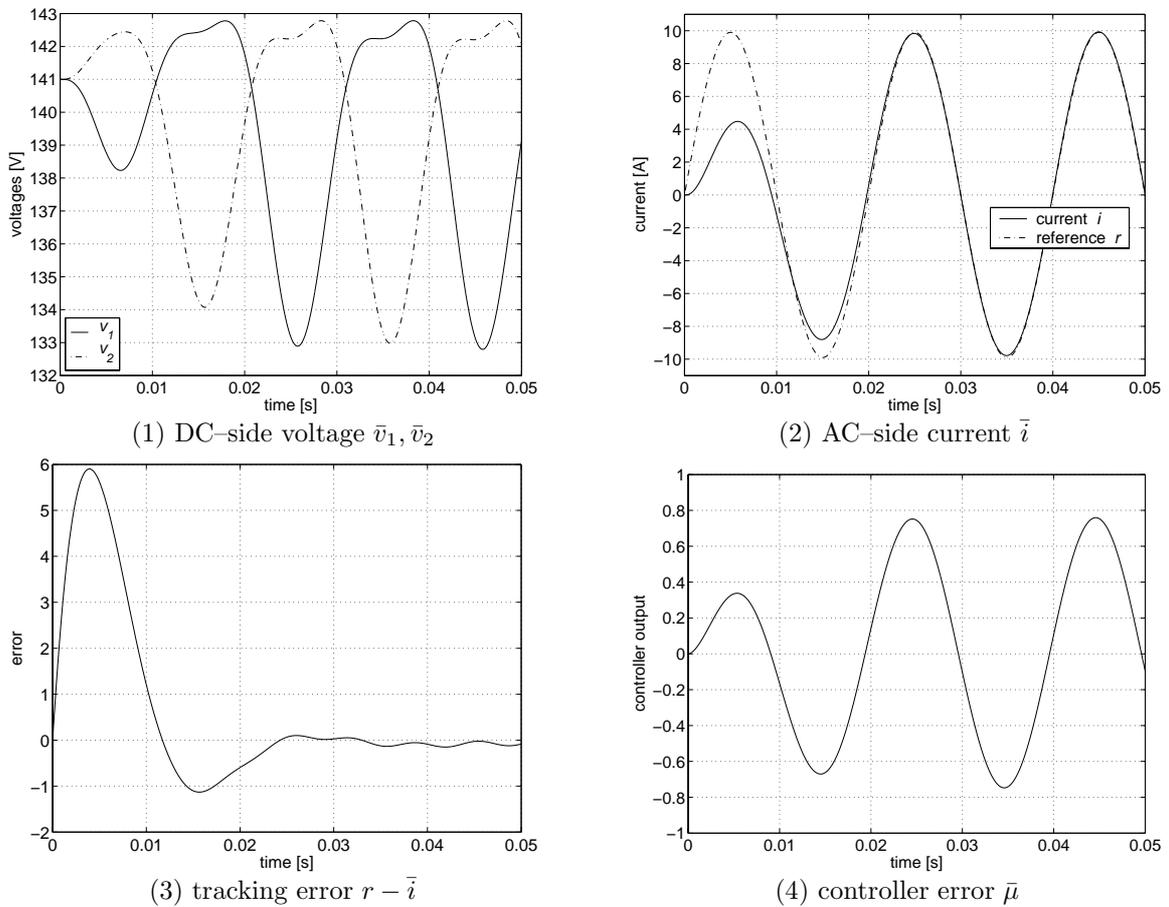


Fig. 7: Responses for averaged model (Σ_{SA}) under linear controller for linearized model

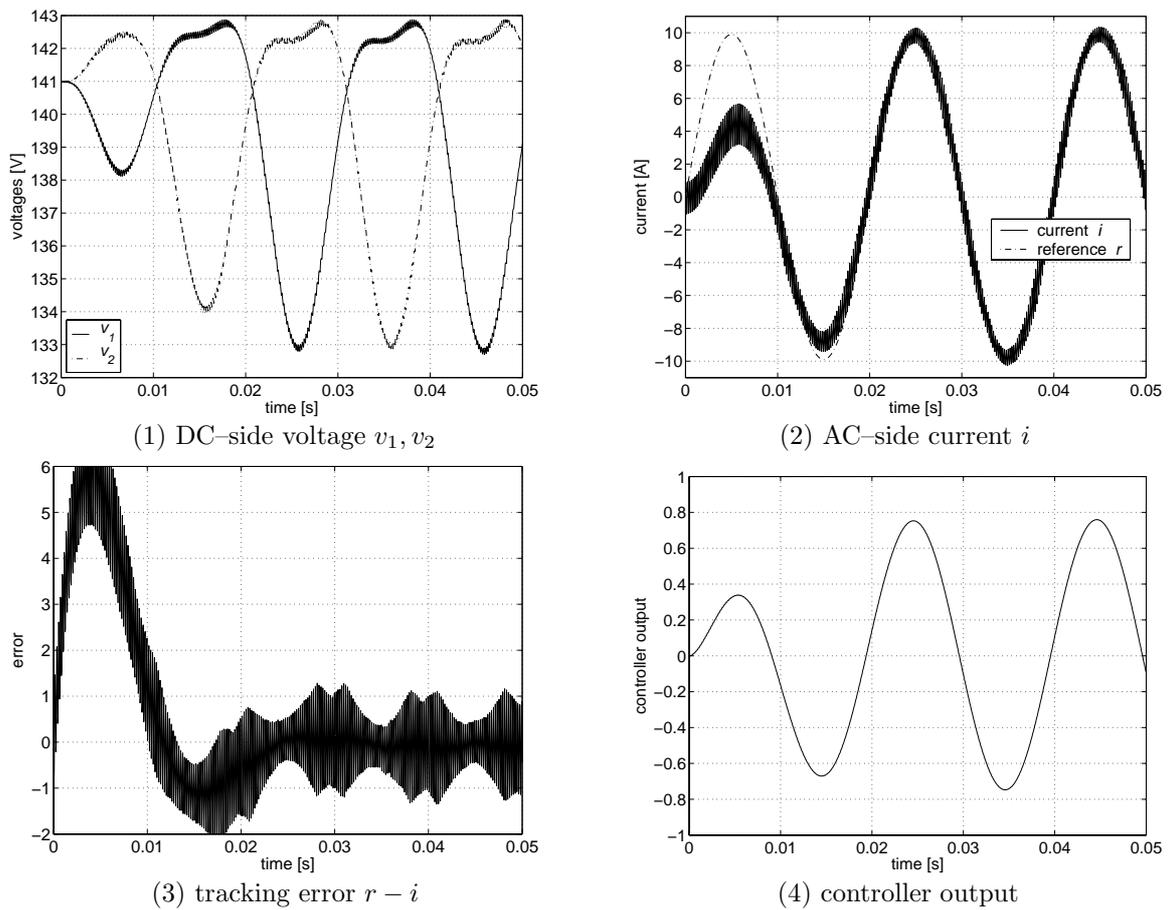


Fig. 8: Responses for switched model (Σ_S) under linear controller for linearized model