

## 最適制御を用いたDCモータの2段階制御†

小川 裕充\* 大野 真人\* 坂 直宏\* 石田 義久\*\*

Two Stage Control of a DC Motor Using an Optimal Control Scheme

Hiromitsu Ogawa, Manato Ono, Naohiro Ban, and Yoshihisa Ishida

**Abstract:** This paper describes a two stage control system based on an optimal control scheme with the observer for a motor position control. It is combined a speed control system and a position control system, which are designed by an optimal control. The speed control system controls the speed before a changeover point, and the position control system controls the position after the changeover point. To change the control system continuously, the changeover point has to be determined pertinently and the controlled plant input has to be adjusted by adding an appropriate value. The position control system controls the position from the changeover point to the set-point, so that the overshoot is independent of the set-point. The proposed method has no steady-state error in the disturbance response by using an observer. It can be applied to not only two outputs system but also one output system. We applied the proposed design method to a motor control and obtained the good performance.

**Keywords:** Speed control system, Position control system, Observer, Optimal control, Motor

### 1. はじめに

電気モータは、家電製品をはじめ、車、輸送機器、ロボット、発電所など産業界で幅広く利用されているデバイスの一つである。特に近年ではハイブリット車や電気自動車でのモータ制御はキーテクノロジーの一つになってきている。このようなモータの利用範囲拡大から、高精度なモータ制御が注目され、研究が盛んに行われている<sup>1)~4)</sup>。

さて、工業用途で最も一般的に利用されているPID制御手法は移動距離が大きいとワインドアップ現象を生じる場合があることから、現在、数々の解決法が提案されている<sup>5)~7)</sup>。また、移動距離が大きくなるにつれ、オーバーシュート量が大きくなる欠点もある。

これらの問題を解決する方法の一つとして、速度制御と位置制御を組み合わせることで、目標距離に関係なくオーバーシュート量を一定にできる制御方式(2段階制御)が提案された<sup>8)</sup>。この制御方法は、切替え点までは速度制御を行い、切替え点後は位置制御に切替えて制御を行う。この方法は位置制御系の設計法を利用して2段階制御を行うため、速度制御時に不安定となる問題があった。また、

入力側外乱による定常偏差も残り、さらに制御対象が1入力2出力系である必要もあった。これは、単純に状態フィードバックなどの制御手法を取り入れるだけでは解決することができない問題であった。

本論文では、速度制御と位置制御をそれぞれ最適制御理論に基づいて設計し、オブザーバを用いて連続的に切替えて制御する方法を提案する。この結果、速度制御においても安定な制御系を構成することができた。提案する制御システムでは、位置制御時に速度制御時の制御対象への入力と等しくなるように設計することで速度制御から位置制御に連続的に切替える。また、従来法で用いた制御対象そのものの出力でなく、オブザーバを用いることで制御対象の状態を推定し、その状態をフィードバックすることにより、入力側外乱による定常偏差を除去することができた。

本論文は5章から構成されている。2章は制御システムの構成を示す。3章は最適制御理論を用いた位置制御、速度制御の設計法を示す。4章は2段階制御において連続的に制御手法を切替える方法について述べる。5章では実験により提案法の有効性を実証する。6章は結論である。

### 2. 制御装置の構成

Fig. 1 に実験装置の構成図を示す。本装置は制御対象であるDCモータ、DCモータに取り付けられたエンコーダ、エンコーダの情報を計測するカウンタ、制御情報を送信するHost PC、演算部の32ビットコンピュータ(Target

† International Conference on Computer and Automation Engineering  
2009で一部発表

\* 明治大学大学院理工学研究科 川崎市多摩区東三田1-1-1

\*\* 明治大学理工学部 川崎市多摩区東三田1-1-1

\* Graduate School of Engineering, Meiji University, Kawasaki

\*\* School of Science and Technology, Meiji University, Kawasaki

(Received January 21, 2010)

TRIA 017/10/0917 © 2010 SICE

PC) および 12 ビットの D/A 変換器で構成されている。DC モータは PID 社製 (PID-QET ii) を試験的に用いている。DC モータの出力定格は 18W であり、DC モータ先端には半径が 0.0248m, 質量が 0.068kg の慣性負荷ディスクが取り付けられている。DC モータの最大入力電圧は ±5V である。さらに、エンコーダは  $1.534 \times 10^{-3}$  rad/count の分解能のものを用いている。

制御の概略は以下のものである、まず Host PC から操作量が出力され、その操作量が Target PC に搭載されている D/A コンバータによりアナログ電圧になり、DC モータに入力される。そして DC モータの回転角度は、エンコーダからカウンタに取り込まれ、パルスをカウントすることにより得る。なお、カウンタのサンプリング時間は 40ns である。

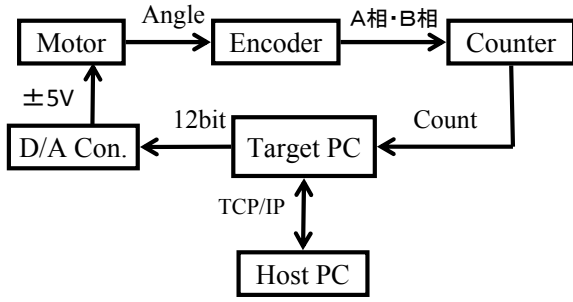


Fig. 1 Block diagram of the control system

### 3. 積分型最適制御系の設計

最適制御理論に基づく制御系設計法は、制御対象への入力のエネルギーをなるべく小さくし、さらにできるだけ速やかに制御対象の内部状態を収束させる理論である<sup>9),10)</sup>。本研究では、積分型最適レギュレータを用いることで、入力をできるだけ緩やかに変化させ、かつ制御対象の出力を目標値にできるだけ速やかに収束させる。制御対象は、1 入力 1 出力 (SISO) とし、以下の伝達関数とする。

$$G(s) = \frac{Y(s)}{U_p(s)} = \frac{b}{s(s+a)} \quad (1)$$

ここで  $U_p(s)$ ,  $Y(s)$  はそれぞれ入力  $u_p(t)$  および出力  $y(t)$  のラプラス変換を表し、 $a$ ,  $b$  は

$$a = \frac{k_m^2}{J_{eq} R_m}, b = \frac{k_m}{J_{eq} R_m} \quad (2)$$

また、 $J_{eq}$  は慣性モーメント、 $k_m$  はモータのトルク定数、

$R_m$  は電機子抵抗である。状態方程式を以下に示す。

$$\dot{\mathbf{x}}(t) = \mathbf{A}\mathbf{x}(t) + \mathbf{B}u_p(t) \quad (3)$$

$$y(t) = \mathbf{C}\mathbf{x}(t) \quad (4)$$

ここで、状態変数を

$$\mathbf{x}(t) = [x_1(t) \ x_2(t)]^T \quad (5)$$

とし、 $x_1(t)$  をモータの位置、 $x_2(t)$  を速度とすると

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 0 & -a \end{bmatrix}, \mathbf{B} = \begin{bmatrix} 0 \\ b \end{bmatrix}, \mathbf{C} = [1 \ 0] \quad (6)$$

となる。つぎに(3), (4)式をサンプリング時間  $T_s$  で零次ホールド法<sup>11)</sup>により離散化すると状態方程式は以下のようになる。

$$\mathbf{x}(k+1) = \mathbf{A}_d \mathbf{x}(k) + \mathbf{B}_d u_p(k) \quad (7)$$

$$y(k) = \mathbf{C}_d \mathbf{x}(k) \quad (8)$$

ここで、 $\mathbf{A}_d$ ,  $\mathbf{B}_d$ ,  $\mathbf{C}_d$  は  $\mathbf{A}$ ,  $\mathbf{B}$ ,  $\mathbf{C}$  をそれぞれ零次ホールド法で離散化した行列である。つぎに目標値を  $r(k)$  として制御対象の拡大系プラントを以下の状態方程式で考える。

$$\begin{bmatrix} \Delta \mathbf{x}(k+1) \\ e(k) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{A}_d & \mathbf{0} \\ -\mathbf{C}_d & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta \mathbf{x}(k) \\ e(k-1) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \mathbf{B}_d \\ 0 \end{bmatrix} \Delta u_p(k) \quad (9)$$

$$e(k-1) = \begin{bmatrix} \mathbf{0} & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta \mathbf{x}(k) \\ e(k-1) \end{bmatrix} \quad (10)$$

ここで、

$$e(k) = r(k) - y(k) \quad (11)$$

$$\Delta \mathbf{x}(k) = \mathbf{x}(k) - \mathbf{x}(k-1) \quad (12)$$

$$\Delta u_p(k) = u_p(k) - u_p(k-1) \quad (13)$$

とし、以下の評価関数  $J$  の値が最小となる  $\Delta u_p(k)$  を求める。

$$J = \sum_{k=0}^{\infty} \{ e(k-1)^T Q e(k-1) + \Delta u_p(k)^T R \Delta u_p(k) \} \quad (14)$$

ここで、 $Q$  (半正定対称行列) は偏差に対する重み行列で  $R$  (正定対称行列) は操作量に対する重み行列であり、(14)式ではいずれもスカラー量である。 $Q$  を大きくすると速応性が増し、 $R$  を大きくすると操作量を抑えることができる。一般的には状態変数と操作量が評価関数として用いられるが、本研究では設計を簡単にするために目標値との偏差と操作量を評価関数とした。 $\Delta u_p(k)$  は以下のようになる。

$$\Delta u_p(k) = \begin{bmatrix} \mathbf{F}_3 & \mathbf{F}_4 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta \mathbf{x}(k) \\ e(k-1) \end{bmatrix} \quad (15)$$

ここで、 $\mathbf{F}_3 = [f_{31} \ f_{32}]$ ,  $\mathbf{F}_4 = f_4$  である。同様に速度制御系に対しても最適制御理論を適用して設計を行い、ゲインをそれぞれ  $\mathbf{F}_1 = [0 \ f_{12}]$ ,  $\mathbf{F}_2 = f_2$  とする。

### 4. 2段階制御方式

Fig. 2 に制御システムのブロック線図を示す. ここで制御対象モデルとオブザーバの各パラメータは同じとし, フィードバックゲイン  $F_1 \sim F_4$  は 3 章の最適制御理論を適用して求めたゲイン,  $C'_m$  を  $[0 \ 1]$ ,  $v(k)$  は目標速度,  $d(k)$  は外乱,  $r(k)$  は目標位置,  $y(k)$  はモータの位置を示し, オブザーバの状態変数は

$$x_m(k) = [x_{m1}(k) \ x_{m2}(k)]^T \quad (16)$$

で与えられ,  $x_{m1}(k)$  は推定位置,  $x_{m2}(k)$  は推定速度を示す. 2 段階制御では, まず速度制御を行うため, Fig. 2 中の各スイッチを(i)側にする. そして, 切替え点 (速度制御から位置制御に切替える時刻) で位置制御に切替えるため, 各スイッチを(i)側から(ii)側に切替える. 制御対象への入力は速度制御時, 位置制御時ともに

$$u_p(k) = u(k) - u_o(k) \quad (17)$$

となる. 速度制御から位置制御に連続的に切替えるためには切替え点  $k=n$  前後での速度制御と位置制御の入力  $u_p(k)$  が等しい必要がある. まず速度制御と位置制御の状態フィードバック  $u_o(n)$  について考える. 切替え点  $n$  での状態フィードバック  $u_o(n)$  を以下に示す.

速度制御:

$$u_o(n) = f_{12}x_{m2}(n) \quad (18)$$

位置制御:

$$u_o(n) = F_3x_m(n) - F_3M \quad (19)$$

$$= f_{31}x_{m1}(n) + f_{32}x_{m2}(n) - F_3M$$

上式における  $M$  は(18)式と(19)式が等しくなるように決定すると以下ようになる.

$$M = \begin{bmatrix} x_{m1}(n) \\ \left(1 - \frac{f_{12}}{f_{32}}\right)v \end{bmatrix}^T \quad (20)$$

ここで,  $x_{m1}(n)$  は切替え点での推定位置,  $v$  は設定速度である. (20)式を導入することにより速度制御と位置制御の状態フィードバックは切替え点で等しくなる. 一方, 速度制御, 位置制御での制御対象への入力  $u_p(n)$  はそれぞれ以下ようになる.

速度制御:

$$u_p(n) = -u_o(n) + F_2 \sum_{i=0}^{n-1} e(i) \quad (21)$$

位置制御:

$$u_p(n) = -u_o(n) + F_4 \sum_{i=0}^{n-1} e(i) - w \quad (22)$$

ここで  $w$  は速度制御時の制御対象への入力が位置制御時と等しくなるように以下のように決定する.

$$w = (F_4 - F_2) \sum_{i=0}^{n-1} e(i) \quad (23)$$

つぎに切替え点の設計を行う. 切替え点が不適当であれば, 速度制御から位置制御に連続的に切替えることができないため, 切替え点の設計は非常に重要である. ここで簡略化のため切替え点のつぎのステップでのオブザーバ

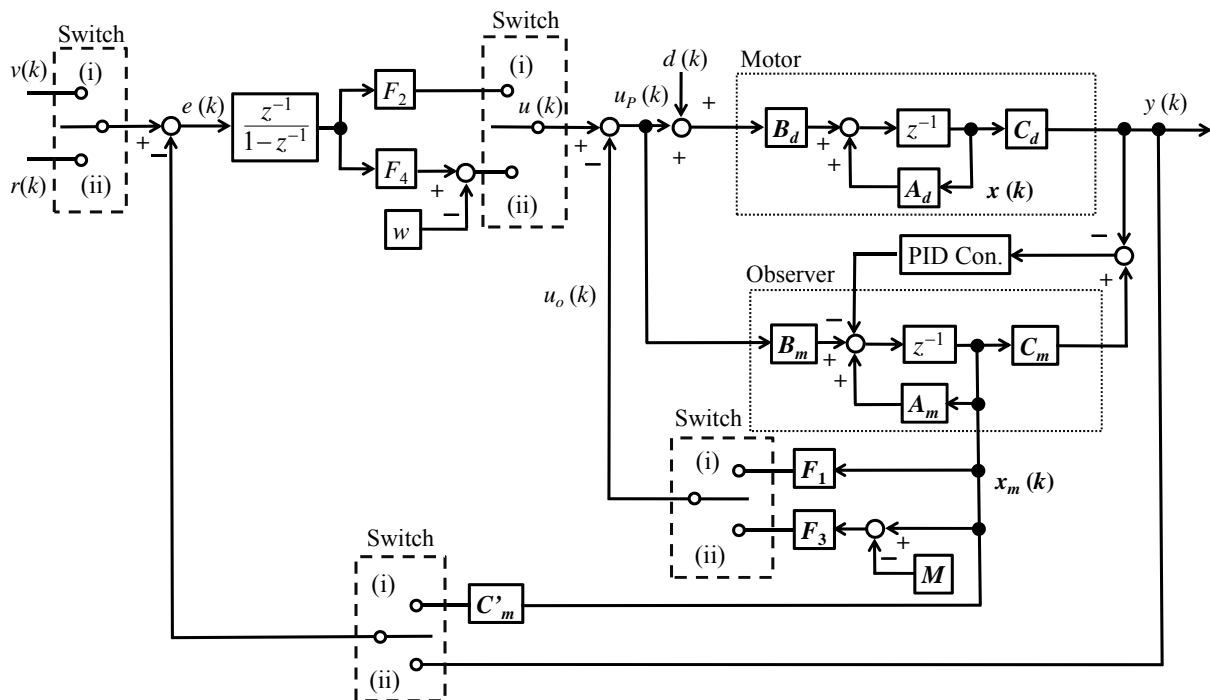


Fig. 2 The proposed system

の状態変数をそれぞれ

$$x_{m1}(n+1) \approx x_{m1}(n) + v \cdot T_s \quad (24)$$

$$x_{m2}(n+1) \approx v \quad (25)$$

とする。(18)式～(25)式より、切替え点後の制御対象への入力、切替え点における偏差を  $p$  とすると

$$u_p(n+1) \approx u_p(n) - f_{31} \cdot v \cdot T_s + F_4 \cdot p \quad (26)$$

となる。連続的に切替えるため、切替え点と切替え点後の入力を  $u_p(n) \approx u_p(n+1)$  とする。その時、偏差  $p$  は

$$p = r(n) - y(n) \quad (27)$$

$$\approx \frac{f_{31} \cdot v \cdot T_s}{F_4} \quad (28)$$

となる。本研究では目標位置との偏差が(28)式を満たした時、速度制御から位置制御に切替える。

ところで、Fig. 2においてオブザーバの部分にPIDコントローラを設けているが、これは実機実験の結果に基づいている。すなわち、一般的なサーボ系では局所的なフィードバックにオブザーバ出力を、主フィードバックに制御対象の出力を用いるが、本研究では主フィードバックにオブザーバによる推定値を用いているため、オブザーバゲインだけでは操作量が微小となり、静摩擦により制御対象を動かすことができなかった。そこで、積分器を設け、さらに安定性と速応性を改善するために微分器を導入した。IゲインとDゲインは安定性を考慮しながら、試行錯誤的に求め、Pゲインは通常のオブザーバゲインから求めた。

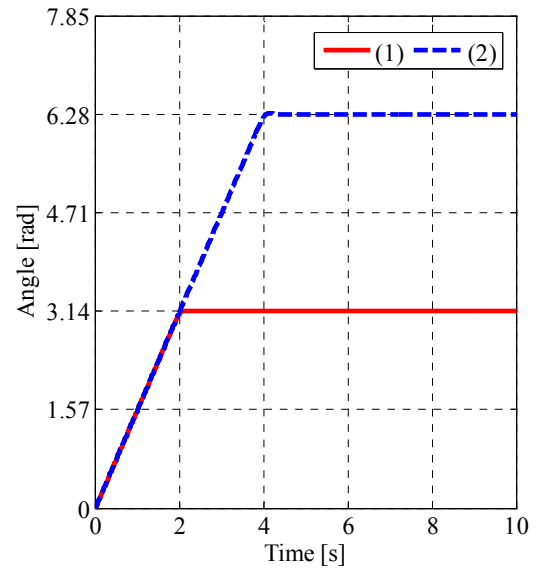
周知のように、摩擦補償の一つにディザ信号を加える方式があるが、本研究ではアルゴリズムを簡素化するため、PIDコントローラを用いている。

一方、静摩擦などの外乱の影響を軽減する方法として外乱オブザーバがあるが、本研究では上記のように、通常の状態オブザーバとPIDコントローラを組み合わせた方法を提案する。なお、この方法の有効性についてはPIDゲインの決定法と併せて今後の課題としたい。

## 5. 実験結果および考察

### 5.1 速度・位置最適制御による2段階制御

まず、提案法により設計された2段階制御のシミュレーション実験を行い有効性を確認した後、実機実験の結果を示す。本研究で用いた制御対象のDCモータの伝達関数は、



(1)  $r = 3.14\text{rad}$  (2)  $r = 6.28\text{rad}$

Fig. 3 The simulation result

3章より以下の式で与えられる。

$$G(s) = \frac{159}{s(s+14.0)} \quad (29)$$

サンプリング時間は 10ms とし、目標角度はそれぞれ 3.14rad, 6.28rad とし、角速度を 1.57rad/s, 位置制御では  $Q/R = 0.1$ , 速度制御では  $Q/R = 10$  とし最適制御理論に基づいて設計した。そのシミュレーション結果を Fig. 3 に示す。図から明らかなように、速度制御から位置制御に連続的に切替っていることがわかる。また、オーバーシュート量が移動角度によらずほぼ一定であることもわかる。

### 5.2 オーバーシュート量の制御

つぎに、位置制御のみの場合と2段階制御の場合とで、目標角度の違いによるDCモータのオーバーシュート量の実機実験による結果を示す。Fig. 3のような応答波形で示すとオーバーシュート量を明確に表現できないため、Table 1のように数値で表すことにする。位置制御のみの制御システムに対しては、 $Q/R = 0.1$  とし最適制御理論で設計を行い、各ゲインを求めた。サンプリング時間は 10ms とした。2段階制御は、角速度は 1.57rad/s とし、速度制御に対して  $Q/R = 10$  とし最適制御理論で設計を行い、各ゲインを求めた。また、オブザーバフィードバックに用いたPIDコントローラのゲイン  $k_p$  を 1,  $k_i$  を 0.03,  $k_d$  を 0.1 とした。Table 1から提案法ではオーバーシュ

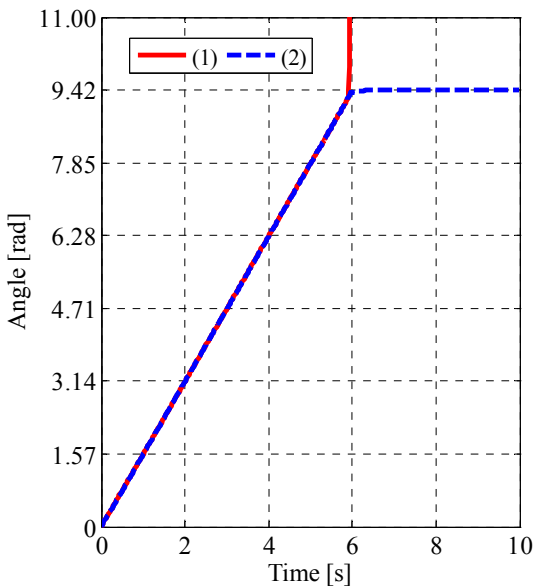
Table 1 The over shoot of only he position control and the two stage control

目標角度 [rad]	オーバーシュート量 [rad]	
	2 段階制御	位置制御のみ
3.14	$1.534 \times 10^{-3}$	$41.418 \times 10^{-3}$
6.28	$1.534 \times 10^{-3}$	$87.438 \times 10^{-3}$
9.42	$1.534 \times 10^{-3}$	$141.128 \times 10^{-3}$
12.60	$1.534 \times 10^{-3}$	$184.080 \times 10^{-3}$

ト量が目標角度によらず、ほぼ一定であり、エンコーダの分解能程度であることがわかる。なお、実機実験による応答波形は Fig. 4~Fig. 6 に示す。

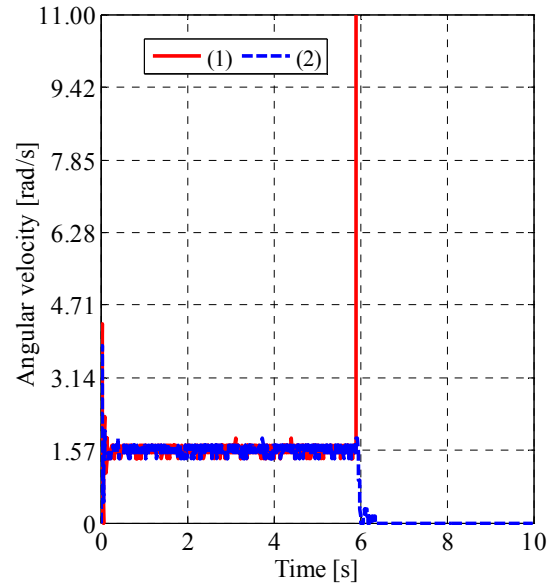
### 5.3 提案法による2段階制御

Fig. 4, 5 は、提案法により設計された  $M$  と  $w$  の有効性について実機実験した結果である。サンプリング時間は 10ms とし、目標角度は 9.42rad、角速度を 1.57rad/s、位置制御では  $Q/R = 0.1$ 、速度制御では  $Q/R = 10$  として実験を行った。Fig. 4, 5 より、 $M$  と  $w$  が無い場合、位置制御に切替えた際に発散しているが、これらを付加した場合、速度制御と位置制御を連続的に切替えることができ、目標角度に整定していることがわかる。なお、位置制御に対してのみ最適制御理論を用いて設計する従来法では、たとえば  $Q/R = 0.1$  の場合、速度制御において発散している。



(1) Without  $M$  and  $w$  (2) With  $M$  and  $w$

Fig. 4 The result of the proposed method without  $M$ ,  $w$ , and with  $M$ ,  $w$



(1) Without  $M$  and  $w$  (2) With  $M$  and  $w$

Fig. 5 The result of the angle velocity

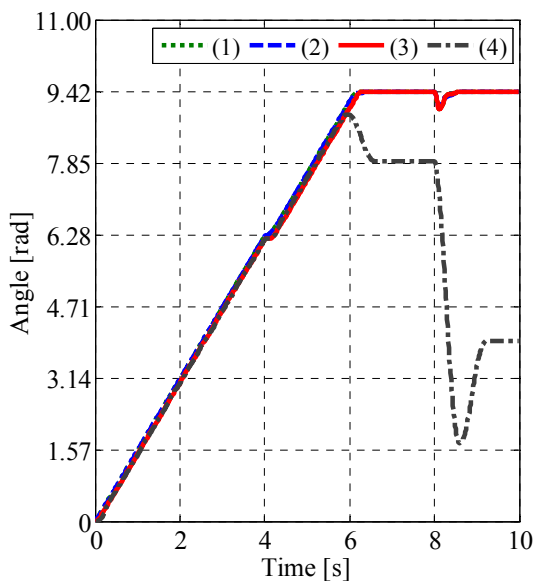
### 5.4 外乱による影響

目標角度を 9.42rad、角速度を 1.57 rad/s、サンプリング時間を 10ms、外乱は制御対象の入力側に  $-0.2V$  を 4s と  $-0.5V$  を 8s に加え、位置制御は  $Q/R = 0.1$  で設計を行い、速度制御の  $Q/R$  を 1000, 10, 0.001 として設計を行った。従来法は、 $Q/R = 1.0 \times 10^{-4}$  で位置制御に対してのみ最適制御理論を用いて設計し、2段階制御を行った。その結果を Fig. 6 に示す。図から、従来法は外乱による定常偏差が残るが、提案法では定常偏差が残らないことがわかる。また、速度制御時の外乱に対しても、目標速度に復旧していることがわかる。

## 6. 結論

本論文では、速度制御から位置制御に切替えることで、オーバーシュート量が目標位置によらず常に一定になることを市販の DC モータで実験的に示した。

この設計方法は、モータのようなサーボ系プラントに対して位置制御、速度制御にそれぞれ最適制御理論を適用して設計する。まず、制御対象を目標位置によらず速度制御を行い、速度を一定にする。つぎに、切替え点で位置制御に切替え、位置に対して制御を行う。位置制御に切替わる位置が目標位置によらず常に一定となるため、オーバーシュート量が一定値となる。



(1)  $Q/R = 1000$  (2)  $Q/R = 10$   
 (3)  $Q/R = 0.001$  (4) Conventional method

Fig. 6 The result of the proposed method and the conventional method

従来法では、位置制御で求めたパラメータをそのまま速度制御にも用いていたが、提案法では、速度制御と位置制御とでそれぞれ別個に最適制御理論を適用して設計を行った。その結果、速度制御時の安定性が向上した。また、従来法と異なり、提案法ではオブザーバによる状態フィードバックを構築し、入力側外乱による定常偏差を改善した。さらに、移動距離によらず速度を一定に制御するため、目標位置に対してワインドアップ現象を気にせず制御することができた。

終わりに、本論文の改善に対し有益なコメントを下された査読者の方々に感謝します。

### 参考文献

- 1) T. S. Hwang and J. K. Seok : Observer-based ripple force compensation for linear hybrid stepping motor drives, *IEEE Trans. Inst. Electr.*, **54-5**, 2417/2424, Oct.(2007)
- 2) M. Y. Cheng and C. C. Lee : Motion Controller Design for Contour-Following Tasks based on Real-Time Contour Error Estimation, *IEEE Trans. Inst. Electr.*, **54-3**, 1686/1695, June(2007)
- 3) R. J. Wai and C. C. Chu : Motion Control of linear induction motor via Petri Fuzzy neural network, *IEEE Trans. Inst. Electr.*, **54-1**, 281/295, Feb.(2007)
- 4) Y. X. Su, C. H. Zheng, and B. Y. Duan : Automatic disturbances rejection controller for precise motion control of permanent-magnet synchronous motors, *IEEE Trans. Inst. Electr.*, **52-3**, 814/823, June(2005)
- 5) J. W. Choi and S. C. Lee : Antiwindup Strategy for PI-Type Speed Controller, *IEEE Tran. Inst. Electr.*, **56-6**, 2039/2046, June(2009)

- 6) Y. Peng, D. Vrancic, and R. Hanus : Anti-windup, bumpless, and conditioned transfer techniques for PID controllers, *IEEE Control Syst. Mag.*, **16-4**, 48/57, Aug.(1996)
- 7) D. Zhang and H. Li : A stochastic-based FPGA controller for an induction motor drive with integrated neural network algorithm, *IEEE Trans. Inst. Electr.*, **55-2**, 551/561, Feb.(2008)
- 8) 遠藤勝久, 石田義久, 本多高, 小川康男 : 空気圧シリンダのデジタル制御, 計測自動制御学会論文集, **26-4**, 397/404(1990)
- 9) D. McDonald : Nonlinear techniques for improving servo performance, *Proc. National Electr. Conf.*, **6**, 400/421(1950)
- 10) N. Wiener : Extrapolation, Interpolation, and Smoothing of Stationary Time Series, MIT Technology Press, Cambridge, MA(1950)
- 11) G. F. Franklin, J. D. Powell and M. L. Workman : Digital Control of Dynamic Systems, 41/47, Addison-wesley, New York(1990)

|||||

[著者紹介]

**小川 裕 充** (学生会員)



2007年3月豊橋技術科学大学工学部物質工学課程卒業。同年5月株式会社ランドマーク入社。同年12月同社退社。2008年4月明治大学大学院理工学研究科電気工学専攻入学。最適制御を応用したアクチュエータの制御研究に従事。

**大野 真 人**



2009年3月明治大学理工学部電子通信工学科卒業。同年4月同大学院理工学研究科電気工学専攻入学。単純適応制御を応用したアクチュエータの制御研究に従事。

**坂 直 宏**



2009年3月明治大学理工学部電子通信工学科卒業。同年4月同大学院理工学研究科電気工学専攻入学。輸送機器の自動制御、周波数整形法を用いたアクチュエータの制御研究に従事。

**石 田 義 久** (正会員)



1970年3月明治大学工学部卒業。1972年3月同大学院工学研究科電気工学修士課程終了、1975年3月同大学院工学研究科電気工学博士課程単位取得退学、1978年工学博士(明治大学)。明治大学工学部助手、専任講師、助教授、教授を経て現在理工学部教授。デジタル制御、音声信号処理の研究に従事。電子情報通信学会、日本音響学会、日本シミュレーション学会の会員。

|||||