

外乱オブザーバを用いた Predictive Functional Control の追従性能改善

佐藤俊之*・金子高太郎*・齋藤直樹*

Improvement of Tracking Performance in Predictive Functional Control Using Disturbance Observer

Toshiyuki SATOH*, Kotaro KANEKO* and Naoki SAITO*

A disturbance observer-based approach for improving tracking performance in predictive functional control (PFC) is proposed. The role of the disturbance observer is to nominalize the actual plant by canceling unknown disturbances and reduce the predicted output error in the PFC algorithm. The proposed control scheme is experimentally validated on a single axis table drive system and is compared with the standard PFC and the auto-compensation mechanism. The experimental results prove the effectiveness of the proposed disturbance observer-based PFC scheme.

Key Words: Predictive Functional Control, Disturbance Observer, Model Predictive Control, One-Axis Table Drive System

1. はじめに

モデル予測制御は 1970 年代に実用化されて以来、主に石油化学産業を中心に適用されてきた¹⁾が、近年はこうしたプロセス産業以外の分野にも適用範囲が広がりつつある。

モデル予測制御の特徴として、多入出力系を扱えることのほかに、アクチュエータや操作量、状態変数などに関する制約を考慮できること、制約領域の境界付近での運転が可能であること、高いロバスト性を有すること、コントローラのチューニングが比較的容易であること、などが挙げられる。

一般に、多変数系の制約付きモデル予測制御では、サンプリング周期ごとに 2 次計画問題と呼ばれる非線形最適化問題を解く必要がある。石油化学プラントなど、サンプリング周期の長い制御対象においては最適化を実行するのに十分な時間を確保することができる。しかし、サンプリング周期が数 ms 以下であることが多いメカトロサーボ系では、サンプリング周期間に最適化計算を完了することが難しい場合が多い。

Richalet らによって開発された Predictive Functional Control (PFC)^{2)~5)}は基本的に 1 入出力系を対象とし、操作量を基本関数の線形結合で表現することにより、オンラインでの非線形最適化をおこなわないモデル予測制御手法である。したがって、操作量計算に伴う計算負荷が小さく、サンプリング周期が短い制御系に対しても適用可能である。加えて、PFC の設計パラメータは基本的に希望閉ループ応答時間と呼ばれる値のみであるため、チューニングの容易さにおいても魅力的な制御手法である。

PFC の追従性能はモデルの予測精度に依存するため、予測誤差が顕著であれば追従性能は劣化し、設計通りの応答が得られない。たとえば、空気圧人工筋の制御に PFC を適用した事例^{6),7)}では、動作圧力範囲に応じて制御対象の動特性がわずかに変動するため、いずれの圧力範囲においても定常状態においてはオ

フセットなく目標値に一致するものの、ノミナルモデルに対するモデル化誤差が大きい圧力範囲では過渡特性が劣化する現象が見られた。そこで著者らは、外乱オブザーバ^{8)~11)}を用いることにより PFC の追従性能を改善する方法を検討した⁷⁾。ただしそこでは外乱オブザーバを併用する利点が明確にされていない。

制御系に加わる外乱を $1/s^k$ 型 ($k \geq 1$) と仮定するとき、PFC では、定位性 (非積分性) 制御対象に対しては、実制御対象とモデルとの間にゲインのミスマッチが存在したり、制御対象入力側にステップ状外乱 ($k = 1$) が加わったりしても、一定の目標値に対しては定常状態において制御量が目標値に一致するという『オフセット・フリー特性』を有することが知られている^{4),5)}。しかし、 $k = 2$ (ランプ状) 以上の外乱 (s の次数が $k \geq 2$ となる外乱を、以下では『高次外乱』と呼ぶ) に対しては、オフセット・フリー特性を持たない。なお、ランプ状外乱の例としては、メカトロ制御系において一定加速度で加減速する際の粘性摩擦力や、石油化学プラントにおける油流量変化などがあり、こうした外乱による追従性能の劣化を防ぐ方策が必要である。

上記の問題をふまえ本稿では、PFC において、モデル化誤差や高次外乱に起因する追従性能の劣化を抑制する手段として外乱オブザーバを併用する方法を提案する。さらに、1 軸テーブル駆動系の位置制御問題に適用することで、提案手法の有効性を実験的に検証する。

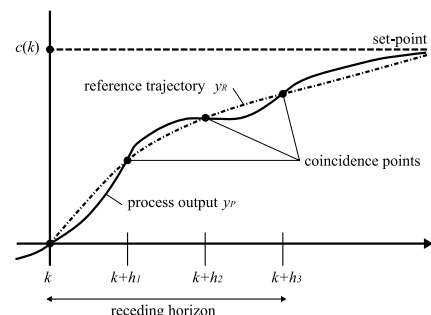


Fig. 1 Concept of the predictive functional control

* 秋田県立大学システム科学技術学部

* Faculty of Systems Science and Technology, Akita Prefectural University, 84-4 Aza Ebinokuchi, Tsuchiya, Yurihonjo, Akita

(Received April 6, 2011)

なお、著者らとほぼ同時期に、丹下ら^{12)~14)}は Dynamic Matrix Control (DMC) と呼ばれる多変数モデル予測制御に外乱オブザーバを適用し、その有効性をシミュレーションにより検討している。彼らの研究では、用いている予測制御手法の違いのほかに、外乱オブザーバの構成が本稿と異なっている。また、外乱オブザーバではなく、もう一つ別の PFC を用いることにより外乱を推定して補償する方法が野口ら¹⁵⁾により開発されている。

2. Predictive Functional Control

Fig. 1 に PFC の概念図を示す。現在のサンプル時刻を k と仮定する。まず、制御対象出力 y_P が追従すべき指令信号として、設定値軌道 c を定義する。また、現在の制御対象出力 $y_P(k)$ を起点とし、設定値軌道への理想的な近づき方をあらわす曲線として参照軌道 y_R を定義する。また、参照軌道上に一致点と呼ばれる複数個の点を設定する。Fig. 1 では、例として三つの一致点が示されている。つぎに、一致点において、制御対象出力の予測値と参照軌道の値との差を最小化するように最適な操作量軌道 $u(k+j)$ ($j=0, 1, \dots$) を計算する。そして、操作量軌道の最初の要素 $u(k)$ のみを制御対象に加える。つぎのサンプル時刻 $k+1$ においては、設定値軌道の定義から操作量の適用までの一連のサイクルを繰り返す。

つぎに PFC の操作量計算の概要を示す。詳細は文献^{7), 16)} を参照されたい。以下では、実数および整数からなるすべての n 次元ベクトルの集合をそれぞれ \mathbb{R}^n と \mathbb{Z}^n であらわし、サンプリング周期を T_s であらわす。制御対象は安定と仮定し、入力のみむだ時間 d を除いたモデルを下記の離散時間 SISO 状態空間モデルであらわす。

$$\begin{cases} x_M(k+1) = A_M x_M(k) + B_M u(k), \\ y_M(k) = C_M x_M(k). \end{cases} \quad (1)$$

ただし、 $x_M \in \mathbb{R}^n$ は状態変数ベクトル、 $u \in \mathbb{R}$ は操作量、 $y_M \in \mathbb{R}$ はモデル出力をあらわす。このとき、参照軌道 y_R を次式で定義する。

$$y_R(k+d+i) := c(k+d+i) - \alpha^i (c(k+d) - \hat{y}_P(k+d)), \quad i=0, 1, \dots \quad (2)$$

ただし、 $\alpha = e^{-3T_s/T_{\text{CLRT}}}$ であり、 $T_{\text{CLRT}} \in \mathbb{R}$ は希望閉ループ応答時間と呼ばれる定数である。一致点における参照軌道の値と予測出力との差に基づき、つぎの評価関数を定義する。

$$J(k) := \sum_{j=1}^{n_h} \left\{ \hat{y}_P(k+d+h_j) - y_R(k+d+h_j) \right\}^2. \quad (3)$$

ここで $h_j \in \mathbb{Z}$ ($j=0, 1, \dots, h$) と $n_h \in \mathbb{Z}$ はそれぞれ一致点のサンプル時刻と一致点の数をあらわす。本稿では、Dieulot ら¹⁶⁾ が用いている下記を一致点として用いる。

$$(h_1 \quad h_2 \quad h_3) = \left(\frac{T_{\text{CLRT}}}{3T_s} \quad \frac{T_{\text{CLRT}}}{2T_s} \quad \frac{T_{\text{CLRT}}}{T_s} \right). \quad (4)$$

このとき、(3) の評価関数 $J(k)$ を最小化する最適操作量はつぎのように与えられる。

$$u(k) = k_0 \{c(k+d) - y_P(k)\} - \sum_{m=1}^{d_e} k_m e_m(k+d) + \tilde{v}_x^T x_M(k) + \tilde{v}_{xd}^T x_M(k-d). \quad (5)$$

ここで、 $d_e \in \mathbb{Z}$ と $e_m \in \mathbb{Z}$ はそれぞれ、将来の予測誤差を多項式近似する際の多項式次数と未知係数をあらわし、 $k_0 \in \mathbb{R}$, $k_m \in \mathbb{R}$, $\tilde{v}_x \in \mathbb{R}^n$ および $\tilde{v}_{xd} \in \mathbb{R}^n$ はそれぞれ以下のように与えられる。

$$\begin{aligned} k_0 = v^T \begin{pmatrix} 1 - \alpha^{h_1} \\ 1 - \alpha^{h_2} \\ \vdots \\ 1 - \alpha^{h_{n_h}} \end{pmatrix}, \quad \tilde{v}_x = - \begin{pmatrix} C_M (A_M^{h_1} - \alpha^{h_1} I) \\ C_M (A_M^{h_2} - \alpha^{h_2} I) \\ \vdots \\ C_M (A_M^{h_{n_h}} - \alpha^{h_{n_h}} I) \end{pmatrix}^T v, \\ k_m = v^T \begin{pmatrix} h_1^m \\ h_2^m \\ \vdots \\ h_{n_h}^m \end{pmatrix}, \quad \tilde{v}_{xd} = - \begin{pmatrix} (\alpha^{h_1} - 1) C_M \\ (\alpha^{h_2} - 1) C_M \\ \vdots \\ (\alpha^{h_{n_h}} - 1) C_M \end{pmatrix}^T v. \end{aligned} \quad (6)$$

(6) において、 $v \in \mathbb{R}^{h_{n_h}}$ は次式で与えられる。

$$v = (y_B(h_1) \quad \dots \quad y_B(h_{n_h}))^T \left(\sum_{j=1}^{n_h} y_B(h_j) y_B(h_j)^T \right)^{-1} U_B(0). \quad (7)$$

ここで $y_B(h_j) \in \mathbb{R}^{h_{n_h} \times n_B}$ と $U_B(0) \in \mathbb{Z}^{n_B}$ はそれぞれ下記で与えられる行列とベクトルである。

$$\begin{aligned} y_B(h_j) &= (y_{B_1}(h_j) \quad \dots \quad y_{B_{n_B}}(h_j))^T, \\ U_B(0) &= (1 \quad 0 \quad \dots \quad 0)^T. \end{aligned} \quad (8)$$

(5) 式で与えられる最適操作量を計算するにあたり、 k_0 , k_m , \tilde{v}_x , \tilde{v}_{xd} は事前にオフラインで計算できる。また、むだ時間のない制御対象においては $d=0$ とおく。

未知係数 $e_m(k+d)$ ($m=1, 2, \dots, m$) は以下のように求められる。まず、近似多項式の次数 d_e と、近似に用いるステップ数 h_c を指定する。つぎに下記のベクトル $\varphi \in \mathbb{R}^{h_c}$, $\theta \in \mathbb{R}^{d_e}$ と行列 $H \in \mathbb{Z}^{h_c \times d_e}$ を定義する。

$$\begin{aligned} \varphi &:= \begin{pmatrix} e(k+d) - e(k+d-h_c) \\ e(k+d-1) - e(k+d-h_c) \\ \vdots \\ e(k+d-h_c+1) - e(k+d-h_c) \end{pmatrix}, \quad \theta := \begin{pmatrix} e_1(k+d) \\ e_2(k+d) \\ \vdots \\ e_{d_e}(k+d) \end{pmatrix}, \\ H &:= \begin{pmatrix} h_c & h_c^2 & \dots & h_c^{d_e} \\ h_c-1 & (h_c-1)^2 & \dots & (h_c-1)^{d_e} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 1 & 1 & \dots & 1 \end{pmatrix}. \end{aligned} \quad (9)$$

このとき二乗誤差 $E(\theta) := (\varphi - H\theta)^T (\varphi - H\theta)$ を最小化する未知係数ベクトル θ は $\theta = (H^T H)^{-1} H^T \varphi$ で与えられる。なお、このようにして得られた未知係数を用い、過去の予測誤差を将来の予測区間に渡って外挿することで外乱を補償するメカニズムは「多項式型の自動補償器」と呼ばれ⁵⁾、(5) 式右辺の第 2 項がそれに該当する。

3. 外乱オブザーバによる追従性能の改善

3.1 外乱オブザーバ

外乱オブザーバは Fig. 2 に示す構造を持つ。ここで $P(s)$ は

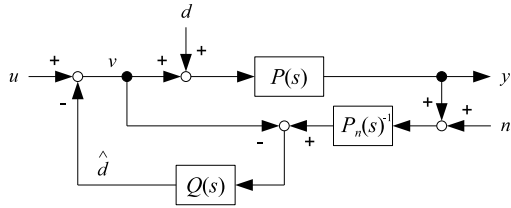


Fig. 2 Structure of the disturbance observer

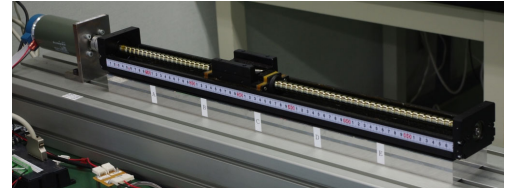


Fig. 3 Single axis table drive system

実制御対象の伝達関数, $P_n(s)$ は制御対象のノミナルモデル, $Q(s) \in \mathcal{RH}_\infty$ は以下に述べる性質を有するフィルタをあらわす. ここで, \mathcal{RH}_∞ は安定かつプロパな有理関数からなる集合をあらわす. また, 本稿では $P_n(s)$ は最小位相系と仮定する. 外乱オブザーバは制御系に加わる外乱, モデル化誤差および非線形性などを制御対象入力側に加わる外乱 d とみなし, その推定値を操作量から減ずることで外乱 d の影響を抑制する.

外乱オブザーバの設計パラメータである $Q(s)$ に関しては以下のことが知られている.

- $Q(s)$ の相対次数は, $Q(s)P_n^{-1}(s)$ がプロパとなるように選ばなければならない.
- 外乱 d の影響を抑圧するために, 外乱の成分が多い低周波領域において $|Q(j\omega)| \approx 1$ でなければならない. また, 積分特性を付加することにより $1/s^k$ 型の外乱を漸近的に除去するには, $Q(s)$ の DC ゲインは 1 でなければならない.
- ノイズ n の影響を低減するために, ノイズの成分が多い高周波領域において $|Q(j\omega)| \approx 0$ でなければならない.
- 入力 u から出力 y までの伝達関数を $G_{yu}(s)$ とすれば, 適切に設計された $Q(s)$ を用いるとき, 低周波領域において $G_{yu}(s) \approx P_n(s)$ となる.
- $P(s) = P_n(s)$ のときは, $Q(s)$ が外乱オブザーバの相補感度関数をあらわし, $1 - Q(s)$ が感度関数をあらわす.

実際に $Q(s)$ を実現するには, Butterworth フィルタや二項フィルタなどの, 既存のアナログ低域通過フィルタのプロトタイプを利用することができる.

3.2 提案する制御系の構造とその利点

本稿で提案する制御系全体の構成は, 外乱オブザーバからなるインナ・ループと, PFC コントローラからなるアウト・ループにより構成される. ここで PFC の内部モデルは, 外乱オブザーバで用いているノミナルモデル $P_n(s)$ である. このような構成を有する制御系の利点は以下の二点である.

まず第一に, 外乱オブザーバによる局所フィードバック補償を施すことにより, 低周波数領域においては $G_{yu}(s) \approx P_n(s)$ となるため, PFC アルゴリズム内での予測精度の向上が期待できることである. 現実の制御系においては, 実制御対象とモデルとの間にはゲインのミスマッチやモデル化誤差が多少なりとも存在する. この場合, PFC 内部での出力予測値は制御対象出力と異なるものとなるが, PFC はこうした不確定性に対する頑健性のある程度有しており, 制御系が安定であれば一定目標値に対する定常偏差は零となる. 一方で, 立ち上がり時間や整定時間などの過渡応答性能は劣化する可能性がある. たとえば, 実制

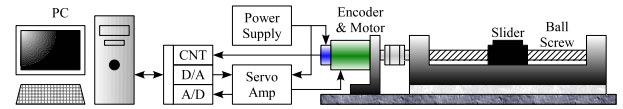


Fig. 4 Schematic diagram of experimental setup

御対象 $P(s)$ とモデル $P_n(s)$ がともに 1 次遅れ系と仮定し, それぞれの伝達関数が

$$P(s) = \frac{k}{s+p}, \quad P_n(s) = \frac{k_n}{s+p} \quad (10)$$

であらわされるとする. ただし, $k > 0$ および $k_n > 0$ とする. もし両者のゲインにミスマッチが存在し, $k < k_n$ ならば, PFC による制御時の応答は, 期待される応答よりも遅いものとなる. このような場合でも外乱オブザーバを用いることで実制御対象の挙動がモデルの挙動に近づき, PFC 内部における予測精度が実際の応答に近いものとなる. その結果, PFC の追従性能の改善が期待できる. 外乱オブザーバによる予測精度の改善効果については, 第 4 章で具体例を示す.

第二に, 外乱オブザーバを併用することにより, ランプ状やパラボラ状といった高次外乱をも補償できることである. 前述の通り, PFC では定位性プロセスに対してはオフセット・フリー特性により, 制御対象入力側に加わるステップ状外乱による定常偏差は漸近的に零となることが知られている. しかし, 高次外乱に対してはこの特性は成立しない. さらに, 非定位性プロセスでは, ステップ状外乱に対するオフセット・フリー特性も成立しない. よって, これらの場合には基本的な PFC アルゴリズムのみでは対処できないことになる. n_l 個の積分特性を一巡伝達関数に付与できる外乱オブザーバを用いることにより, 定位性プロセスの場合には, PFC が元々有するオフセット・フリー特性と合わせて合計 $n_l + 1$ 個の積分特性が制御系に付与されることになる. したがって, たとえば $n_l = 1$ のとき, 定位性プロセスの場合にはランプ状外乱までであれば漸近的に除去されることになる. 以上のことから PFC の外乱抑圧特性が外乱オブザーバにより強化され, 上記の問題が緩和されることになる.

4. 実験による提案手法の検証

4.1 実験装置の概要

本章では提案する制御手法を 1 軸テーブル駆動系の位置制御問題に適用し, その妥当性を検証する. Fig. 3 に実験で用いる 1 軸テーブル駆動系の外観図を示す. また, Fig. 4 は実験装置の構成を示す概略図である. 実験装置の主要部分は 1 軸リニア・アクチュエータ (NSK 社製モノキャリア MCM08050H10K) と

Table 1 Specifications of linear actuator (left) and DC motor (right)

Description	Value	Description	Value
ball screw lead	10 mm	nominal voltage	24 V
stroke	500 mm	rated current	2.96 A
rail length	670 mm	rated torque	0.28 Nm
maximum rotational speed	500 mm/s	rated speed	1810 r/min

1000 p/r の分解能を有する光学エンコーダを装備した 80 W の DC モータ (マクソン社製 F2260.885) からなる。DC モータはサーボ・アンプ (マクソン社製 ADS 50/5) を用いて電流制御モードにより駆動される。リニア・アクチュエータと DC モータの仕様を Table 1 に示す。エンコーダ・パルスは 24 ビットのカウンタ・ボード (インターフェイス社製 PCI-6204) により 4 通倍でカウントされ、PC からのサーボ・アンプへの指示電圧は 12 ビットの D/A コンバータから出力され、サーボ・アンプからの電流モニタ信号は 12 ビットの A/D コンバータを介して PC に入力される。D/A と A/D コンバータは一枚のアナログ入出力ボード (インターフェイス社製 PCI-3521) を用いている。制御系のサンプリング周期は 1 ms とし、制御用コンピュータにはクロック周波数が 1.7 GHz の Xeon プロセッサを 2 基搭載した PC を用いる。PFC コントローラを含む制御用ソフトウェアは MATLAB/Simulink (MathWorks 社製) により構築されている。Fig. 4 からわかるように、本実験装置はセミ・クローズド・ループ制御により制御される。

4.2 制御対象モデル

テーブル駆動系が 1 慣性系として近似できると仮定すれば、その運動方程式は以下ようになる。

$$J\ddot{\theta}(t) = K_S e_a(t) - T_d(t). \quad (11)$$

ここで J は慣性モーメント、 θ はモータ軸の回転角、 e_a はサーボ・アンプへの指示電圧、 K_S は指示電圧からモータトルクへの換算係数、 T_d は非線形摩擦トルクをあらわす。本実験装置においては、 $K_S = 0.0801 \text{ Nm/V}$ である。また、慣性モーメント J は実験的に $J = 1.6928 \times 10^{-4} \text{ kg m}^2$ と同定された。

本実験装置の非線形摩擦トルク T_d は、以下に示す一般動摩擦 (general kinetic friction) モデル¹⁷⁾ (以下、GK モデル) で近似されるような特性を有している。

$$T_d(t) = \begin{cases} \left\{ T_c + (T_s - T_c) e^{-\left| \frac{\dot{\theta}(t)}{\dot{\theta}_{str}} \right|^2} \right\} \text{sgn} \dot{\theta}(t) + D\dot{\theta}(t), & \text{if } \dot{\theta} \neq 0, \\ T_e(t), & \text{if } \dot{\theta} = 0 \text{ and } |T_e| < T_s, \\ T_s \text{sgn} T_e(t), & \text{if } \dot{\theta} = 0 \text{ and } |T_e| > T_s. \end{cases} \quad (12)$$

ここで $\dot{\theta}_{str}$ はストライベック速度、 T_c はクーロン摩擦レベル、 T_s はスティクション (breakaway) トルク、 D は粘性摩擦係数、 T_e は駆動モータにより発生される外部トルクをあらわす。実験より、これらのパラメータのノミナル値はそれぞれ $\dot{\theta}_{str} = 0.2830 \text{ rad/s}$ 、 $T_c = 0.0330 \text{ Nm}$ 、 $T_s = 0.05877 \text{ Nm}$ 、 $D = 5.6201 \times 10^{-4} \text{ Nm/(rad/s)}$ と同定された。Fig. 5 に測定された摩擦トルクと同定された GK モデルを示す。ただし、Fig. 5 に示す測定データは複数回の測定の平均値である。測定時における気温や湿度、グリスの潤滑状

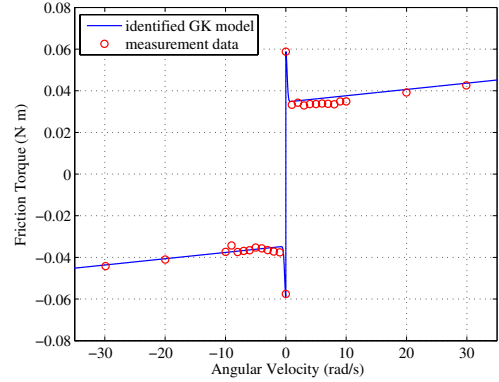


Fig. 5 Measured friction data and identified GK friction model

態、経年変化などにより毎回、摩擦トルクの値が変動するため、上記のパラメータを一意に決定することは難しい。特に、低速領域での摩擦トルクを高精度に測定することは困難である。そこで、これらの摩擦トルク成分を未知外乱として取り扱う。

状態変数ベクトルを $(x_1 \ x_2)^T := (\theta \ \dot{\theta})^T$ で、出力変数を $y := \theta$ で定義する。このとき、1 軸テーブル駆動系の状態空間表現はつぎのように与えられる。

$$\begin{cases} \begin{pmatrix} \dot{x}_1(t) \\ \dot{x}_2(t) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & -D/J \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1(t) \\ x_2(t) \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 \\ K_S/J \end{pmatrix} e_a(t) + \begin{pmatrix} 0 \\ -1/J \end{pmatrix} T_f(t), \\ y(t) = \begin{pmatrix} 1 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1(t) \\ x_2(t) \end{pmatrix}. \end{cases} \quad (13)$$

ここで、 T_f は粘性摩擦を除く摩擦トルクをあらわす。なお、本実験装置ではむだ時間を無視できる。

4.3 外乱オブザーバの設計

ここでは、速度ループ内に外乱オブザーバを組む。指示電圧 e_a から角速度 $\dot{\theta}$ までのノミナル伝達関数は、(13) よりつぎのように与えられる。

$$P_n(s) = \frac{K_S}{J_S + D} = \frac{473.2}{s + 3.32}. \quad (14)$$

$P_n(s)$ の相対次数は $\rho_p = 1$ であるから、外乱オブザーバの相対次数は $\rho_q \geq 1$ でなければならない。そこで、ここでは $\rho_q = 1$ に取る。

外乱オブザーバにより導入すべき積分動作の個数は外乱の性質に依存する。一定外乱を補償するには一つの積分動作で十分である。しかし、本実験装置の摩擦トルクは Fig. 5 に示すような角速度依存性を有しているため、一つの積分動作で十分な補償ができるかを事前に判断することは難しい。そこで、以下の異なる積分動作数を持つ二種類の外乱オブザーバを設計し、実験的に外乱抑圧特性を比較することとする。

(a) 相対次数 $\rho_q = 1$ 、積分動作数 $n_I = 1$ 。

(b) 相対次数 $\rho_q = 1$ 、積分動作数 $n_I = 2$ 。

なお、入力電圧 e_a から角度 θ までの伝達関数 $P_n(s)/s$ は積分器が一つ含まれた非定常性プロセスのため、(a) の外乱オブザーバではステップ状外乱まで、(b) の外乱オブザーバではランプ状外

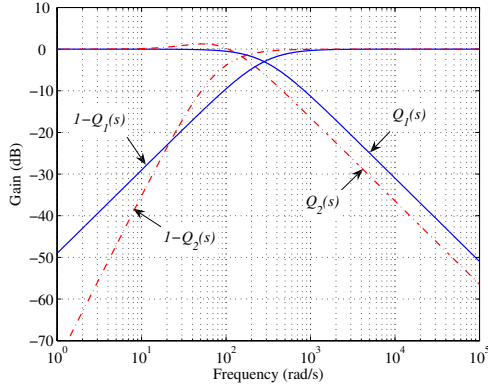


Fig. 6 Frequency characteristics of $Q_i(s)$ and $1 - Q_i(s)$ ($i = 1, 2$)

乱までが漸近的に除去される．フィルタ $Q(s) \in \mathcal{RH}_\infty$ の次数 n_q は $n_q = n_l + \rho_q - 1$ により決定される．したがって，(a) の外乱オブザーバでは $n_q = 1$ となり，(b) の外乱オブザーバでは $n_q = 2$ となる．

まず，1 次のフィルタ $Q_1(s)$ をアナログ Butterworth ロー・パス・フィルタとして設計する．カットオフ周波数を $\omega_c = 45$ Hz に選ぶと， $Q_1(s)$ はつぎようになる．

$$Q_1(s) = \frac{282.74}{s + 282.74} \quad (15)$$

つぎに 2 次のフィルタ $Q_2(s)$ を設計する．ここでは，次式で与えられる二項フィルタのプロトタイプを用いる．

$$Q(s) = \frac{1 + \sum_{m=1}^{n_q - \rho_q} a_m (s\tau_{n_q})^m}{1 + \sum_{m=1}^{n_q} a_m (s\tau_{n_q})^m} \quad (16)$$

ここで a_m は二項係数，すなわち $a_m = n_q! / m!(n_q - m)!$ ($m = 1, 2, \dots, n_q$) であり， τ_{n_q} は決定すべき未知係数である． $Q_2(s)$ の場合，二項係数 a_1 と a_2 はともに $a_1 = 2$ および $a_2 = 1$ で与えられる．一方，未知パラメータ τ_{n_q} を決定するために以下の数値最適化問題を解く．

$$\min_{\tau_{n_q}} \sum_{i=1}^N \left(\left| Q_d(\omega_i) \right| - \left| Q_2(j\omega_i, \tau_{n_q}) \right| \right)^2 \quad (17)$$

ここで $|Q_d(\omega)|$ は，周波数範囲が 0 rad/s からカットオフ周波数 ω_c までの値が 1 で， ω_c 以上の周波数範囲で 0 となる理想フィルタのゲインをあらわす．また， ω_i ($i = 1, 2, \dots, N$) は 10^{-1} rad/s から 10^4 rad/s の周波数範囲を対数軸上で N 等分した点をあらわす． $N = 3000$ に取り上記の最適化問題を解いた結果， $\tau_{n_q} = 0.0133$ が得られた．このとき，2 次のフィルタはつぎようになる．

$$Q_2(s) = \frac{150.38(s + 37.59)}{(s + 75.19)^2} \quad (18)$$

Fig. 6 に $Q_i(s)$ と $1 - Q_i(s)$ ($i = 1, 2$) のゲインを示す．なお，実際の制御系においては，外乱オブザーバは離散時間系として実現される．

4.4 PFC パラメータの選定

1 軸テーブル駆動系に対する制御系の構造は Fig. 7 のようになる．図に示すように，本実験装置では，PFC コントローラは

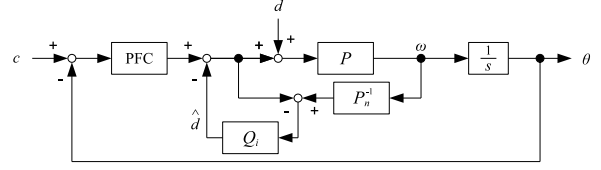


Fig. 7 Structure of the control system for the single axis table drive system

位置制御ループで用いられる．制御対象のむだ時間は無視できるので，(5) に与えられる制御則と (9) の計算において $d = 0$ とおく．また，操作量の基底関数の次数を $n_B = 2$ と選ぶ．閉ループ系の安定性と目標値追従性のバランスを考慮し，希望閉ループ応答時間を $T_{CLRT} = 0.02$ s に取る．すると，(2) の参照軌道 y_R を定義するパラメータ α は 0.8607 となる．また，(4) で定義される一致点は $(h_1 \ h_2 \ h_3) = (6 \ 10 \ 20)$ となる．

実験では比較のため，多項式型の自動補償器を用いた PFC による制御もおこなう．ここでは 1 次の多項式を用いる．よって，(9) において $d_e = 1$ に取る．多項式近似に用いる過去のステップ数 h_c を小さく取るほど追従性能は改善される．反面， h_c を小さく取りすぎると操作量が大きくなり，飽和する危険性がある．そこで追従性能と操作量の大きさとのバランスを取り，ここでは (9) において $h_c = 10$ に取る．

4.5 実験結果

各制御系の性能を検証するために，変形台形曲線を複数個接続して生成される滑らかな目標値入力を用いて実験をおこなった．変形台形曲線には加速度が一定となる区間が存在する．そのような区間において制御系がこの目標値に追従しているときには，その速度はほぼランプ状に変化するため，粘性摩擦トルクがランプ状外乱として制御系に作用することになる．

Fig. 8 は目標値と，各制御系により得られたテーブル変位をあらわす．図中の凡例において，‘PFC’ は通常の PFC，‘PFC+AC’ は自動補償器を用いる PFC，‘PFC+DOB1’ はフィルタ $Q_1(s)$ による外乱オブザーバを用いる PFC，‘PFC+DOB2’ はフィルタ $Q_2(s)$ による外乱オブザーバを用いる PFC をそれぞれあらわす．Fig. 8 の上図より，通常の PFC は外乱の影響により目標値に対して顕著なオフセットが生じており，追従性能が劣ることがわかる．それ以外の制御系による実験結果ではいずれも目標値に追従しているように見え，上図では互いに区別することは困難である．そこで，加速度がほぼ一定で加速し，粘性摩擦トルクがランプ状外乱として作用する時間区間のうち，時刻 0.695 秒付近の詳細図を Fig. 8 の中段に，目標値の方向が反転する時間区間のうち，時刻 2 秒付近の詳細図を Fig. 8 の下段にそれぞれ示す．加速度がほぼ一定で加速する区間では，いずれの制御系もほぼ同様な追従性能を示しており，外乱オブザーバを併用する PFC 制御系がわずかながら優れるという結果となった．一方，PFC+DOB1 と PFC+DOB2 の追従性能にはほとんど差が見られない．この区間は粘性摩擦トルクがランプ状外乱として作用する区間であり，PFC+DOB1 ではステップ状外乱までしか漸近的に除去できないため，ランプ状外乱まで漸近的に除去できる PFC+DOB2 よりも追従性能は劣るはずであるが，結果に大きな違いはなかった．こ

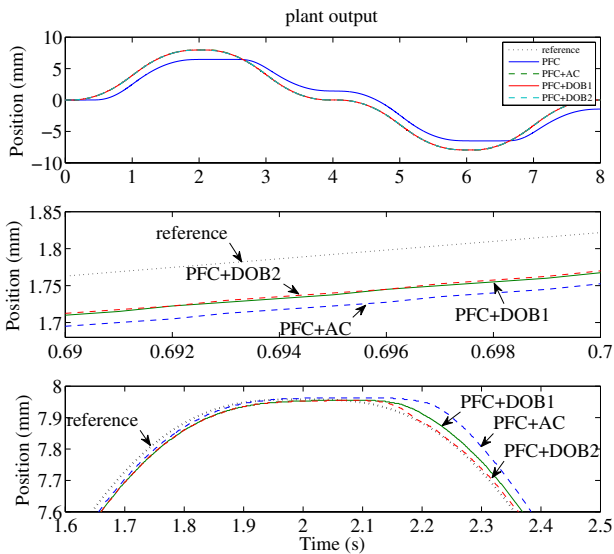


Fig. 8 Comparison of control performances (top graph) and its closeups (middle and bottom graphs)

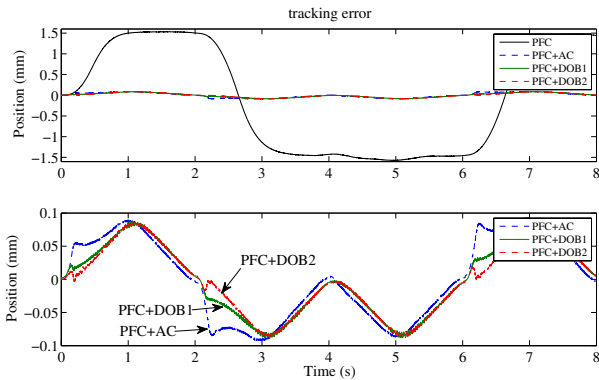


Fig. 9 Comparison of tracking errors (top graph) and its closeup (bottom graph)

これは、粘性摩擦トルクが両者の差が顕著に現れるほど大きくなかったためと予想される。また、方向反転時の各制御系の追従性能は反転直後に違いが見られ、PFC+DOB2 が最も速やかに目標値に追従し、ついで PFC+DOB1, PFC+AC の順となっている。方向反転時における摩擦トルクは速度変化に応じて非線形に変化するため、その Taylor 展開を考えると、非常に高次の外乱として作用すると考えられる。また、摩擦トルクの値も大きい。そのため、中段に示した加速区間よりも外乱オブザーバの違いによる性能差が顕著に現れたと考える。

Fig. 9 にそれぞれの制御系の追従誤差を示す。Fig. 9 上図より、通常の PFC 制御系の最大追従誤差は ± 1.5 mm 程度となる。PFC+DOB1, PFC+DOB2 および PFC+AC はいずれも追従誤差が ± 0.1 mm 未満であるため、Fig. 9 下図に拡大図を示す。外乱オブザーバを用いる PFC 同士を比較すると、方向反転時以外の追従性能はほぼ同程度であることがわかる。PFC+DOB1 は方向反転時に目標値を超える量が PFC+DOB2 よりも大きく、追従性能がやや劣化している。この差はフィルタ $Q(s)$ のゲインの差に起因すると考える。 $Q_2(s)$ を用いる外乱オブザーバの方が低周波

数領域での外乱抑圧特性が優れているため、PFC+DOB2 の方が高い追従性を示したと考えられる。また、PFC+AC は、外乱オブザーバのように積極的な外乱推定をおこなわないシンプルな方法ながら、通常の PFC 制御系よりもはるかに良好な追従性能を達成していることがわかる。しかし本実験においては弊害も生じている。方向反転時での追従誤差が外乱オブザーバを用いる場合に比べて大きいことが、Fig. 9 下図の 2 秒および 6 秒付近の挙動よりわかる。これは、自動補償器は過去の予測誤差を将来時刻に渡って外挿するという方法に基づいているため、方向反転後、数サンプルの間は、以前と同じ方向に外挿してしまうからである。

Fig. 10 に各制御系の操作量を示す。いずれの制御系においても、操作量の振幅は ± 1 V 程度であり大きな差は見られない。Fig. 10 下図に 2 秒付近の拡大図を示す。この図より、外乱オブザーバを用いる場合には、目標値の方向が反転する際、操作量が摩擦による外乱トルクを打ち消すために、PFC や PFC+AC に比べて早く応答していることがわかる。このことが 2.1 秒から 2.5 秒付近の追従誤差の減少につながっている。

Fig. 11 は PFC に基づく各制御系において、実際の制御対象出力と内部モデルによる予測出力を示したものである。予測誤差が存在することが直ちに制御の失敗を意味するものではないが、予測誤差が小さいほど過渡応答を含め、設計に近い追従性能を達成できる。Fig. 11 において、PFC と PFC+AC では予測出力が非常に大きくなったため、これらに関しては実際の予測出力を $1/30$ にしたものを描画している。Fig. 11 より、明らかに PFC+DOB1 と PFC+DOB2 の予測誤差が小さく、外乱オブザーバによる予測精度の改善効果が現れていることがわかる。なお、PFC+AC においてモデル出力が実制御対象出力と大きく異なることから、自動補償器が外乱オブザーバのような予測精度改善効果を有しないことがわかる。

最後に、制御性能を定量的に評価するため、追従誤差と操作量に関して、Table. 2 に時間範囲 $t \in [0, 8]$ における二乗積分平方根値を示す。追従誤差に関しては PFC+DOB1 および PFC+DOB2 が他の制御法よりも小さく、外乱オブザーバを用いることの有効性がわかる。一方、操作量の二乗積分平方根値を見ると、PFC+AC, PFC+DOB1, PFC+DOB2 の値はいずれも通常の PFC の値よりも大きくなっており、これらのうち PFC+DOB2 の値が最大となっている。しかしこれらの値の大きさはほぼ同様であり、PFC+DOB1 と PFC+DOB2 が操作エネルギーをあまり増加させずに追従性能を改善していることがわかる。

5. おわりに

本論文では、外乱オブザーバにもとづく Predictive Functional Control (PFC) の追従性能の改善を提案した。本方法における外乱オブザーバの役割は、制御対象とモデル間のゲイン・ミスマッチや、制御対象の非線形性などの未知外乱の影響を低減することである。これにより、PFC アルゴリズムにおいて、モデルによる出力予測精度が向上し、その結果として追従性能の向上が期待できる。提案手法を 1 軸テーブル駆動系の位置制御系設計に適用し、その有効性を実験的に検証した。次数の異なる

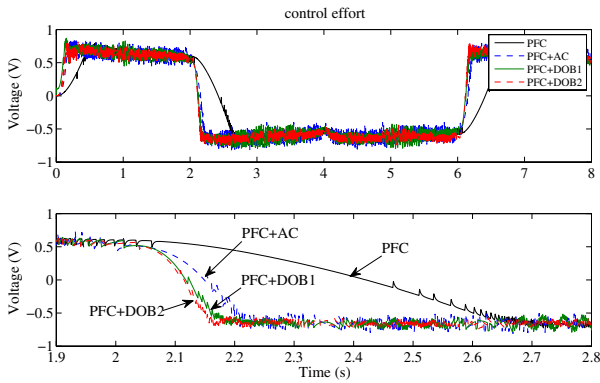


Fig. 10 Comparison of control inputs (top graph) and its closeup (bottom graph)

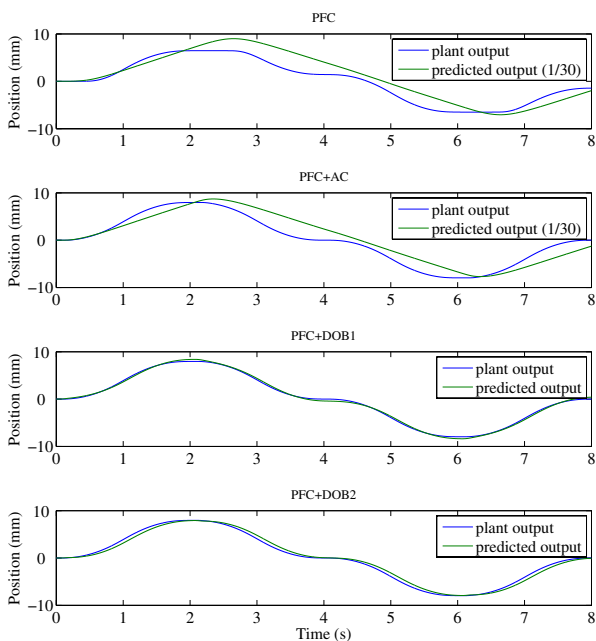


Fig. 11 Comparison of prediction accuracy

Table 2 Root integrated squared values

Control Scheme	Tracking Error	Control Input
PFC	3.707	1.630
PFC+AC	0.169	1.714
PFC+DOB1	0.150	1.738
PFC+DOB2	0.144	1.747

ロー・パス・フィルタを用いて二種類の外乱オブザーバを設計して実装し、制御実験をおこなった。その結果、通常の PFC 制御系に比べて予測誤差が大幅に減少し、追従性能が改善されることが確かめられた。また、多項式型の自動補償器を用いる PFC 制御系との比較もおこない、提案手法がこれらに比べて良好な追従性能を達成するという結果が得られた。なお、本論文で提案した方法の適用範囲はテーブル駆動系の制御などといったメカトロニクス分野に限定されるものではなく、プロセス制御などほかの制御問題にも適用可能である。

謝辞 本研究の一部は日本学術振興会 科学研究費補助金（基礎研究 (C) , 課題番号 21560247) の助成を受けたものである。

参考文献

- 1) J. M. Maciejowski: Predictive Control with Constraints, 1/26 Pearson Education, England (2002)
- 2) J. Richalet, S. Abu el Ata-Doss, C. Arber, H.B. Kuntze, A. Jacobasch and W. Schill: Predictive functional control: application to fast and accurate robot, Proc. of IFAC 10th World Congress, 251/258 (1987)
- 3) J. Richalet: Industrial applications of model based predictive control, *Automatica*, **29**-5, 1251/1274 (1993)
- 4) J. Richalet and D. O'Donovan: Predictive Functional Control: Principles and Industrial Applications, 1/133, Springer-Verlag, England (2009)
- 5) ジャック・リシャレ, 江口 元: モデル予測制御 - PFC (Predictive Functional Control) の原理と応用 - (小崎 恭寿男監修), 1/109, 日本工業出版 (2007)
- 6) 渡部 良尋, 佐藤 俊之, 嵯峨 宣彦, 齊藤 直樹: 空気圧人工筋アームのモデル予測制御, 日本機械学会ロボティクス・メカトロニクス講演会講演論文集, 2P1-A16 (2009)
- 7) T. Satoh, N. Saito and N. Saga: Predictive functional control with disturbance observer for pneumatic artificial muscle actuator, Proc. of the 1st International Conference on Applied Bionics and Biomechanics (2010)
- 8) K. Ohishi, M. Nakao, K. Ohnishi and K. Miyachi: Microprocessor-controlled DC motor for load-insensitive position servosystem, *IEEE Trans. on Industrial Electronics*, **34**-1, 44/49 (1987)
- 9) T. Murakami and K. Ohnishi: Advanced motion control in mechatronics - A tutorial, Proc. of the IEEE International Workshop on Intelligent Control, **1**, SL9/SL17 (1990)
- 10) T. Umeno and Y. Hori: Robust speed control of DC servomotors using modern two-degrees-of-freedom controller design, *IEEE Trans. on Industrial Electronics*, **38**-5, 363/368 (1991)
- 11) T. Umeno, T. Kaneko and Y. Hori: Robust servosystem design with two degrees of freedom and its application to novel motion control of robot manipulators, *IEEE Trans. on Industrial Electronics*, **40**-5, 473/485 (1993)
- 12) 丹下 吉雄, 中澤 親志, 松井 哲郎, 松本 宏治, 西田 英幸: 多変数外乱オブザーバを用いたモデル予測制御, 第 9 回計測自動制御学会制御部門大会 (2009)
- 13) Y. Tange, C. Nakazawa and T. Matsui: A multi-variable disturbance observer for model predictive control, Proc. of 17th Mediterranean Conference on Control & Automation, 856/861 (2009)
- 14) 丹下 吉雄, 松井 哲郎, 松本 宏治, 西田 英幸: 多変数外乱オブザーバによるモデル予測制御の外乱抑制, 計測自動制御学会論文集, **46**-8, 448/455 (2010)
- 15) 野口 芳和, 小針 昌則, 橋本 芳宏: 第一原理モデルに基づく

