計測自動制御学会産業論文集
Vol.5, No.1, 1/8（2006）

スマート構造物のクラック推定を伴う振動制御 －ゲインスケジュールド制御系による実験的検証－ †

高 木 清 志*・西 郷 宗 玄*

Vibration Control of a Smart Structure with Identification of a Crack - Experimental Verification of a Gain-Scheduled Controller -

Kiyoshi TAKAGI* and Muneharu SAIGO*

This paper deals with damage detection and vibration control of a smart structure. A finite element model of a cracked beam is established. This model is applied to a cantilever beam and the natural frequencies are determined for a different crack length and locations. This study proposes a method for the crack identification when the vibration of the beam is suppressed by using active control. Furthermore, we design the gain-scheduled controller considering both the crack length and the location. The efficiencies of our crack identification method and the gain-scheduled controller design are verified by simulation and experiment.

Key Words: vibration control, damage detection, smart structure, gain scheduling, LMI

1. まえがき

構造材料とセンサ，アクチュエータを一体化し，構造自らが損傷を検知し，さらには致命傷にならないように制御を行う，スマート構造に関する研究が盛んに行われている．これは，損傷が拡大することにより重大な被害を及ぼす原因となる航空分野，さらには宇宙構造物へと応用が期待されている．スマート構造システムを構成する要素の中で損傷診断（ヘルスモニタリング）技術は土木・建築分野においても注目され，FBG 型光ファイバセンサを用いた地上 12 階建てのビルのヘルスモニタリング[1]や，ロードセルを用いた自動車トンネル換気用ジェットファンの異常検知システムの開発[2]等の実用化例が報告されている．構造物に多数配置されたセンサにより得られた信号を用いてヘルスモニタリングを行う方法は，センサベースドヘルスモニタリングと呼ばれる．一方，損傷が発生した状態を含む構造物のモデリングを行い，モデルと実測値の応答を比較して損傷推定を行う方法はモデルベースドヘルスモニタリングと呼ばれる．モデルベースドヘルスモニタリングでは，多数のセンサを用いる必要はないという利点がある．そのため，アクティブ振動制御がなされている構造物では，制御のためのセンサ信号をそのまま用いることで損傷の推定を行うことができる．モデルベースドヘルスモニタリングの基礎的研究として，はりを対象としたクラックの同定が行われているが，その中でもモード周波数の変化を利用する方法が提案され，多くの研究が行われている[3) 4)]．しかし，損傷を推定し，それによる部材の振動特性の変化までを考慮した制御系設計を行った研究例はあまりない．

そこで本研究では，片持ちはりを対象として，振動制御がなされた状態で，クラックの位置と深さを推定する一手法を示し，クラックによる固有振動数の変化やモード形状の変化に即座に対応するゲインスケジュールド制御系を設計する．前報[5)]ではシミュレーションによりその有効性を示したが，本論文では制御実験を行う．まず，クラックとその開閉を考慮した片持ちはりのモデルを有限要素法により求める．さらに，モード打ち切り法により低次元化モデルを求め，ゲインスケジュールド制御系設計のためのクラックの深さと位置に関する LPV（線形パラメータ変動）モデルを求める．そこでは，フロベニウスノルムを近似の指標として選ぶ手法を用いることにより，パラメータ数をなるべく少なくすることができる[5) 6)]．つぎに，得られた LPV モデルを LFT（線形分数変換）表現へと変換し，ゲインスケジュールド制御系を設計する[7)]．

そして，有限要素モデルによりクラックの位置，深さと固有振動数の関係を求め，クラック推定実験を行う．さらに，本研究ではクラック推定を複数回繰り返すことで，振動制御がなされていても精度良く推定が行えることを数値シミュレーションにより示す．つぎに，推定されたクラックのパラ

† Design & Dynamics 2005 講演会で発表（2005・8）

* 独立行政法人産業技術総合研究所先進製造プロセス研究部門
茨城県つくば市並木１－２－１
* National Institute for Advanced Industrial Science and Technology, 1-2-1, Namiki, Tsukuba-city, 305-8564

（Received September 12, 2005）

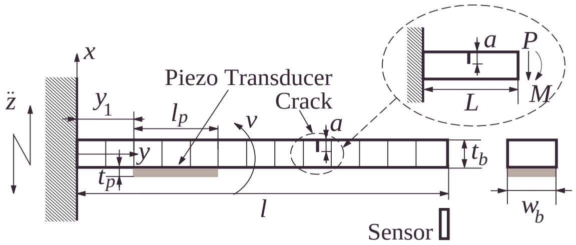


Fig. 1　FEM model of cantilever with crack

メータを用いてゲインスケジュールド制御系のスケジューリングを行い，クラックを有する片持ちはりの振動制御実験を行う．ゲインスケジュールド制御系は，クラックの考慮をしていない制御系に比べて，クラックが生じた際の制御性能が高いことから，本研究で提案する推定および制御手法が有効であることを示す．

2.　モデリング

2.1　有限要素モデル

クラックの入った片持ちはりのモデルを**Fig.1**に示す．アクチュエータは圧電素子とし，センサははり先端の変位を測定するものとする．圧電素子の接着面のクラックおよび圧電素子自体のクラックは考慮しない．記号は以下のように定義する．l：はりの長さ，E：はりの弾性係数，ν：はりのポアソン比，t_b：はりの厚さ，w_b：はりの幅，a：クラックの深さ，l_p：圧電素子の長さ，t_p：圧電素子の厚さ，E_a：圧電素子のヤング率．パラメータを**Table 1**に示す．以下に文献[3]に従い，有限要素法によりモデルを導出する．要素番号は左端から要素1,要素2,...,要素18とする．要素iの両端の節点において，左側の節点の並進変位および回転変位をx_i, v_i，右側の節点の並進変位および回転変位をx_{i+1}, v_{i+1}とする．

せん断方向の運動を無視すると，クラックなしの要素のひずみエネルギは，Lを要素の長さ，Pをせん断力，Mをモーメントとすると

$$W^{(0)} = (M^2L + MPL^2 + P^2L^3/3)/2EI \tag{1}$$

となる．クラックによる付加的なエネルギは，軸方向の運動を無視すると

$$W^{(1)} = w_b \int_0^a \frac{(K_{IM} + K_{IP})^2 + K_{IIP}^2}{E'} da \tag{2}$$

となる．ここで，$E' = E/(1-\nu^2)$，K_I, K_{II}はそれぞれ開口形，面内せん断形の応力拡大係数である．ここで，$s = a/t_b$とおくと，$K_{IM} = (6M/w_b t_b^2)\sqrt{\pi a}F_I(s), K_{IP} = (3PL/w_b t_b^2)\sqrt{\pi a}F_I(s), K_{IIP} = (P/w_b t_b)\sqrt{\pi a}F_{II}(s)$,

$$F_I(s) = \sqrt{(2/\pi s)\tan(\pi s/2)} \; \frac{0.923 + 0.199[1-\sin(\pi s/2)]^4}{\cos(\pi s/2)}, \tag{3}$$

$$F_{II}(s) = (3s - 2s^2) \cdot \frac{1.122 - 0.561s + 0.085s^2 + 0.18s^3}{\sqrt{1-s}} \tag{4}$$

となる．ここで，(4)式は応力拡大係数の重ね合わせの原理から得られる．全体の影響係数は

$$c_{ij} = \partial^2 W^{(0)}/\partial P_i \partial P_j + \partial^2 W^{(1)}/\partial P_i \partial P_j, \quad P_1 = P,\ \ P_2 = M,\ \ i,j = 1,2 \tag{5}$$

となる．力学的平衡より，i番目の要素について

$$(P_i M_i P_{i+1} M_{i+1})^T = T(P_{i+1} M_{i+1})^T \tag{6}$$

となる．ここで

$$T = \begin{bmatrix} -1 & -L & 1 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 1 \end{bmatrix}^T \tag{7}$$

である．仮想仕事の原理よりクラックを有する要素の剛性行列は以下のようになる．

$$K_c = Tc^{-1}T^T \tag{8}$$

ここで，cは(5)式を成分とする行列である．一方，クラックを有しない要素の剛性行列および質量行列は

$$K_e = \frac{EI}{L^3}\begin{bmatrix} 12 & 6L & -12 & 6L \\ 6L & 4L^2 & -6L & 2L^2 \\ -12 & -6L & 12 & -6L \\ 6L & 2L^2 & -6L & 4L^2 \end{bmatrix} \tag{9}$$

$$M_e = \frac{mL}{420}\begin{bmatrix} 156 & 22L & 54 & -13L \\ 22L & 4L^2 & 13L & -3L^2 \\ 54 & 13L & 156 & -22L \\ -13L & -3L^2 & -22L & 4L^2 \end{bmatrix} \tag{10}$$

となる．本研究では，はりの分割数を18とし，クラックを有する要素にのみ(8)式を用いる．はり根元から要素4にわたって圧電素子を貼るものする．M_b, C_b, K_bをそれぞれ，はり全体の質量，減衰および剛性行列とすると，運動方程式は，

$$M_b\ddot{x} + C_b\dot{x} + K_b x = f - H_b\ddot{z} \tag{11}$$

$$x = [x_2\ v_2\ \cdots\ x_i\ v_i\ \cdots\ x_{19}\ v_{19}]^T \tag{12}$$

$$f = C_a[0\ 0\ 0\ 0\ 0\ 0\ 0\ -1\ 0\ \cdots\ 0]^T u \tag{13}$$

$$H_b = \frac{mL}{18}[1\ 0\ \cdots\ 1\ 0\ \cdots\ 1\ 0]^T \tag{14}$$

となる．ここで，C_aはアクチュエータ係数であり，1次モードを発振させることにより実験的に求める．減衰行列C_bは共振実験における時刻歴応答より$C_b = 6.0{\cdot}10^{-5}M_b + 3.0{\cdot}10^{-5}K_b$とする．また，固定端が加振されることによる外乱を考慮し，外乱入力行列H_bを壁面の絶対加速度$\ddot{z}$による外乱がはりに加わるものとして定式化している．

これより状態方程式はクラックの生じている要素n_cおよびクラックの深さaに依存する時変システムとして表すことができ，

$$\dot{x}_f = A_f(n_c, a)x_f + B_{fz}\ddot{z} + B_{fu}u \tag{15}$$

$$y_f = [\mathbf{0}_{1\times 34}\ 0\ 1\ \mathbf{0}_{1\times 36}]x_f = C_f x_f \tag{16}$$

Table 1　Specifications of model

l	0.5 (m)	w_b	0.05 (m)
E	7×10^{10}(N/m^2)	t_b	0.005 (m)
E_a	6.9×10^{9}(N/m^2)	l_p	0.100 (m)
d_{31}	-2.40×10^{-10} (m/V)	t_p	0.0003 (m)

となる．ここで，状態ベクトルは$x_f = [x \;\; \dot{x}]^T$であり，システム行列A_f，入力行列B_{fz}, B_{fu}は

$$A_f = \begin{bmatrix} 0 & I \\ -M_b^{-1}K_b & -M_b^{-1}C_b \end{bmatrix}, \qquad (17)$$

$$B_{fz} = \begin{bmatrix} 0 \\ -M_b^{-1}H_b \end{bmatrix}, B_{fu} = \begin{bmatrix} 0 \\ M_b^{-1}f \end{bmatrix} \qquad (18)$$

となる． また，クラックが生じていないときの状態方程式を，要素の剛性行列をすべてK_eとして全体の剛性行列$\bar{K}_b$を構成し，(17) 式中のK_bを$\bar{K}_b$に置き換えて$\bar{A}_f$を求め，

$$\dot{x}_f = \bar{A}_f x_f + B_{fz}\ddot{z} + B_{fu}u \qquad (19)$$

$$y_f = C_f x_f \qquad (20)$$

とする．

つぎに，クラックの開閉を考慮した，クラックの位置，深さによる固有振動数の変化を求める．クラックの生じている要素n_cの両側の回転変位v_{n_c}, v_{n_c+1}に着目して， クラックが閉じているときは，クラックが生じていないことと等価であるとすると，

$$v_{n_c+1}(t) > v_{n_c}(t) \qquad (21)$$

であるときは (19) 式を用い，

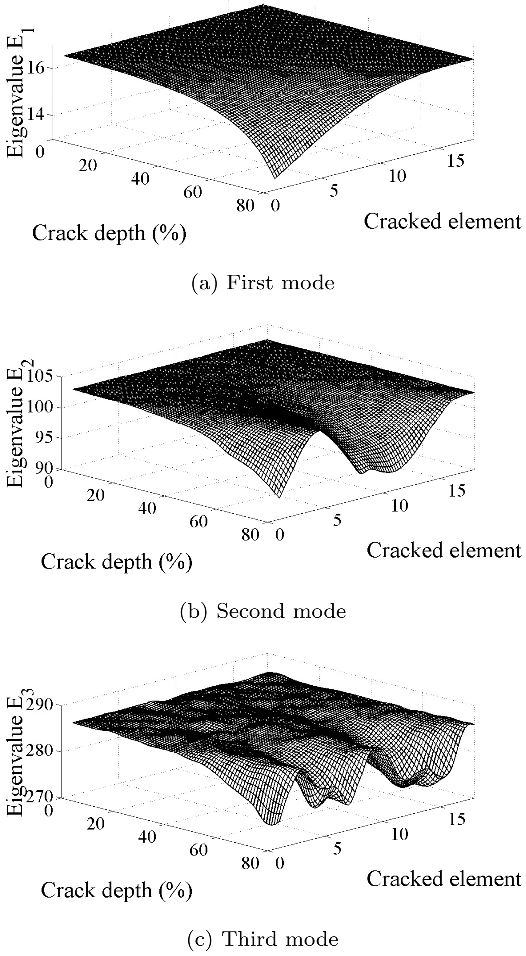
$$v_{n_c+1}(t) < v_{n_c}(t) \qquad (22)$$

であるときはクラックの開いている状態であるため，(15) 式を用いる．クラックの開閉を伴うはりは，非線形システムとなるため解析的な固有値が求まらない．そこで，本研究ではクラック位置を1要素毎，深さを0%から5%毎に80%まで変化させた各状態において，サンプリング周期を1msとして20秒間のランダム加振シミュレーションを行う．そこで得られた時刻歴応答をフーリエ変換することにより，1〜3次モードの固有振動数を求める．さらに，これを60回繰り返し，平均化を行う．4章で述べるクラック推定の精度を高めるために，さらに1要素を5分割，深さを1%毎に分割し補間を行うと，クラックの位置n_c，深さaに対する1〜3次モードの固有振動数を表す行列$E_i \in \Re^{86\times81}$ $(i = 1, 2, 3)$が求まる．その結果を**Fig.2**に示す．1〜3次モードについて，クラックが生じている要素が，1) はり根元に近いほど，2) 各モード形状の腹付近である場合，対応する固有モードへの影響が大きくなり固有振動数が低下する．また，クラックの深さが深いほど固有振動数が低下することがわかる．

2.2　線形パラメータ変動 (LPV) モデル

制御系の設計のために，モード打ち切り法を用いて (15) 式の低次元化を行い，2次モードまでを考慮するモデル

$$\dot{x}_r = A_r(n_c, a)x_r + B_{rz}(n_c, a)\ddot{z} + B_{ru}(n_c, a)u$$



(a) First mode

(b) Second mode

(c) Third mode

Fig. 2　Variation of eigenvalues with crack open/close

$$= A_r(n_c, a)x_r + B_r(n_c, a)[\ddot{z} \;\, u]^T \qquad (23)$$

$$y_r = C_r(n_c, a)x_r \qquad (24)$$

を得る．

本研究では，はりに生じたクラックによるモデル変動に対応した制御系を設計するが，クラックの位置，深さの変動を考慮したゲインスケジュールド制御系を設計するためには，(23) 式を

$$A_r = F_0 + Z_1(n_c, a)F_1 + \cdots + Z_r(n_c, a)F_r$$

$$B_r = G_0 + Z_1(n_c, a)G_1 + \cdots + Z_r(n_c, a)G_r$$

$$C_r = H_0 + Z_1(n_c, a)H_1 + \cdots + Z_r(n_c, a)H_r$$

のように変形してLPVモデルとして表す必要がある．行列A_r, B_rの各要素は (15) 式をモード分離することにより数値的に求められるため，$F_0, ..., F_r, G_0, ..., G_r, H_0, ..., H_r, Z_0, ..., Z_r$は容易に求められない．そこで，文献[6]のフロベニウスノルム$||\cdot||_F$を指標とした手法によりこれらを求める．以下に概要を述べる．ただし，実行列Xについてその成分をx_{ij}と書くとき，$||X||_F := \sqrt{\sum_{i,j} x_{ij}^2}$であり，任意の直交行列$U, V$に対して，$||X||_F = ||UXV^T||_F$が成立する．また本稿では，

G と H の上側LFTを $G \circledast H$ で表す.

まず，クラックの生じている要素およびクラックの深さの変動の範囲を以下のようにおく.

$$n_c \in [2, 18],\ a \in [0, 0.7t_b] \tag{25}$$

そして，クラック深さに関しては，変動の範囲で等間隔に10個ずつ点を取り，各々組み合わせた計 $N = 170$ 個の動作点を低次元化モデル(23)式に代入し，以下の状態空間表現を得る.

$$\begin{aligned} \dot{x}_r &= A_r(p_i)x_r + B_r(p_i)[\ddot{z}\ u]^T, \\ y_r &= C_r(p_i)x_r, \qquad i = 1, ..., N \end{aligned} \tag{26}$$

ここで，行列 A_r, B_r, C_r を並べてブロック行列 $\begin{bmatrix} A_r(p_i) & B_r(p_i) \\ C_r(p_i) & 0 \end{bmatrix}$ とする．そして，パラメータ n_c, a に依存する成分を横に並べて得られた n 次元の行ベクトルを $\alpha(p_i)^T$ と書く．ブロック行列 $\begin{bmatrix} F_i & G_i \\ H_i & 0 \end{bmatrix}$ に同様の操作を行ったベクトルを f_j^T と書くと，このとき考える問題は,

$$\alpha(p_i)^T \simeq [Z_1(p_i) \cdots Z_r(p_i)] \begin{bmatrix} f_1^T \\ \vdots \\ f_r^T \end{bmatrix} \tag{27}$$

である．ここで，r はLPVモデルの項数となる．ただし，$Z_1(p_i), \cdots, Z_r(p_i)$ はあらかじめ s 個の実関数 $\phi_1(p_i), \cdots, \phi_s(p_i)$ を基底として定めておき，これらの線形結合

$$\begin{aligned} Z_1(p_i) &= \phi_1(p_i)\lambda_{11} + \cdots + \phi_s(p_i)\lambda_{s1} \\ &\vdots \\ Z_r(p_i) &= \phi_1(p_i)\lambda_{1r} + \cdots + \phi_s(p_i)\lambda_{sr} \end{aligned}$$

の中から選ぶとする．すると，近似問題は,

$$\begin{bmatrix} \alpha(p_1)^T \\ \vdots \\ \alpha(p_N)^T \end{bmatrix} \simeq \begin{bmatrix} \phi_1(p_1) & \cdots & \phi_s(p_1) \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ \phi_1(p_N) & \cdots & \phi_s(p_N) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \lambda_{11} & \cdots & \lambda_{1r} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ \lambda_{s1} & \cdots & \lambda_{sr} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} f_1^T \\ \vdots \\ f_r^T \end{bmatrix} \tag{28}$$

となり,

$$\mathcal{A} \simeq \Phi\Lambda\mathcal{F} \tag{29}$$

と書くと，$||\mathcal{A} - \Phi\Lambda\mathcal{F}||_F^2$ を最小化するサイズ $s \times r$ の実行列 Λ とサイズ $r \times n$ の実行列 $\mathcal{F}$ を求める問題となる．この問題で特徴的なのは，Λ の列数または $\mathcal{F}$ の行数である r は小さい値に定めることができ，LPVモデルの項数を少なくすることができる．これにより，制御器を設計する際に解が求めやすくなる．また，F_0, G_0 が非零の場合については,

$$||(\mathcal{A} - \mathcal{I}f_0^T - \Phi\Lambda\mathcal{F})||_F^2 \tag{30}$$

を最小化する $\Lambda, \mathcal{F}$ を求める問題となり，特異値分解により解が得られる [5]．ただし，$\Phi = [\mathcal{I}\ \Phi_1], \Lambda = [\lambda\ \Lambda_1^T]^T$ であり，$\mathcal{I}$ は成分がすべて1のN次元列ベクトルである.

本研究では $s = 35$ とし，基底関数 $\phi_1(p), ..., \phi_{35}(p)$ を

$$\begin{aligned} & n_c, a, n_c^2, n_ca, a^2, n_c^3, n_c^2a, n_ca^2, a^3, n_c^4, n_c^3a, \\ & n_c^2a^2, n_ca^3, a^4, n_c^5, n_c^4a, n_c^3a^2, n_c^2a^3, n_ca^4, a^5, \\ & n_c^6, n_c^5a, n_c^4a^2, n_c^3a^3, n_c^2a^4, n_ca^5, a^6, \\ & n_c^7, n_c^6a, n_c^5a^2, n_c^4a^3, n_c^3a^4, n_c^2a^5, n_ca^6, a^7 \end{aligned}$$

と選ぶ．項数 $r = 3$ とし，指標を(30)式として，以下のLPVモデルが得られる.

$$\begin{aligned} \dot{\boldsymbol{x}} &= (F_0 + Z_1F_1 + Z_2F_2 + Z_3F_3)\boldsymbol{x} \\ &\qquad +(G_0 + Z_1G_1 + Z_2G_2 + Z_3G_3)\boldsymbol{u}, \\ \boldsymbol{y} &= (H_0 + Z_1H_1 + Z_2H_2 + Z_3H_3)\boldsymbol{x} \\ & Z_{Li} \le Z_i \le Z_{Ui} \end{aligned} \tag{31}$$

さらに，本研究ではゲインスケジュールド制御系の設計をLFTを用いた手法で行うため，得られたLPVモデルを以下のようなLFT表現に変換する.

$$y = \Delta \circledast G\ u \tag{32}$$

3.　制御系設計

制御系の構成を**Fig.3**に示す．制御対象の時刻歴応答より，次章に示す手法を用いてクラックの位置および深さ n_c, a を求め，それを用いて制御器のスケジューリングを行う.

本研究では簡易に実装が行えるLFT法を用いたゲインスケジュールド制御系の設計を行う．以下に，LFT法のゲインスケジュールド制御器の導出手法の概略を示す [7]．まず，制御対象の摂動を含んだ**Fig.4**のような一般化プラントを構成する．ここで，Δ は制御対象の摂動を表し，Δ_w は性能のパスに導入した仮想的な摂動を表す．そして，Fig.3のように制御対象と同様の摂動ブロックを制御器が持つ相互接続を考える．パラメータがオンラインで観測できると仮定すると，すべての Δ に対して安定で，その $w_1 := [w_{11}, w_{12}]^T$ から $z_1 := [z_{11}, z_{12}]^T$ への $\mathcal{L}_2$ ゲインが

$$\sup_{0 \ne w_1 \in \mathcal{L}_2} \frac{\| z_1 \|_{\mathcal{L}_2}}{\| w_1 \|_{\mathcal{L}_2}} < \gamma \tag{33}$$

を満たすような制御器をLMI（線形行列不等式）を解くことにより求めることができる．ただし，$\gamma > 0$ は与えられたスカラーである．ゲインスケジュールド制御器は制御対象と同様の摂動ブロックで構成されたLFTで表される.

ここで，摂動の範囲を(32)式のようにとると，性能のパスの評価より摂動の評価のパスで γ が小さくならず，保守的な制御器となってしまう．そこで，摂動の範囲を小さくし,

$$\hat{\Delta} = \beta\Delta,\ \beta < 1 \tag{34}$$

として設計する．パラメータの変動する範囲全体の安定性の保証はなくなるが，制御器の設計を行う際は変動幅を(34)式

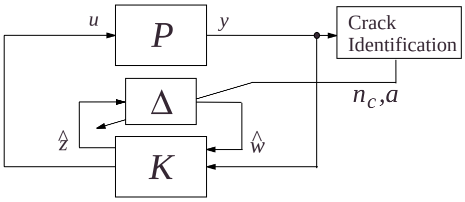


Fig. 3　Diagram of control system

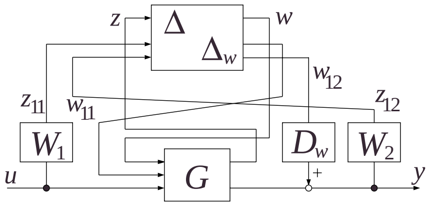


Fig. 4　Generalized plant

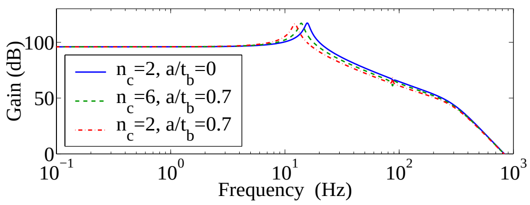


Fig. 5　Gain diagram of gain-scheduled contoller

の$\hat{\Delta}$とした．そして，(32)式のΔの範囲で変動させ，数値シミュレーション等で安定性および制御性能の確認する．本研究では，性能のパスの重み関数W_1, W_2によってγが変化するようになるまでβを小さくしてゆき，$\beta = 7 \cdot 10^{-4}$と選んだ．W_1は乗法的誤差の3次モード固有振動数以上をおおうような関数とし，W_2の2次モード固有振動数付近にゲインの山を作ることで，2次モード固有振動数に対する制振性能を向上させることができる．しかし，βを小さく選んでも，1，2次モードの両方の固有振動数変化に対応するように設計すると，保守的なゲインスケジュールド制御器となった．そこで，W_2は1次モード固有振動数の変化を重視して平坦な重み関数とし，

$$W_1 = \frac{37.8 \cdot \{s^2 + 2 \cdot 0.6 \cdot (300 \cdot 2 \cdot \pi)s + (300 \cdot 2 \cdot \pi)^2\}^2}{\{s^2 + 2 \cdot 0.6 \cdot (5000 \cdot 2 \cdot \pi)s + (5000 \cdot 2 \cdot \pi)^2\}^2} \tag{35}$$

$$W_2 = \frac{100}{s^2 + 2 \cdot 0.9 \cdot (120 \cdot 2 \cdot \pi)s + (120 \cdot 2 \cdot \pi)^2} \tag{36}$$

とする．求まった制御器のボード線図を**Fig.5**に示す．ここで，実線がクラックが生じていないとき，破線が要素6に70%のクラックが生じたとき，一点鎖線が要素2に70%のクラックが生じたときの制御器である．Fig.2より，要素2に70%のクラックが生じたときは，1〜3次モード固有振動数が低下する．ゲインスケジュールド制御系は1次モード固有振動数の変化を重視して設計されているので，Fig.5の一点鎖線に示すように，低下した1次モード固有振動数に対応する12.5Hz付近にピークが生じる．これにより，クラックが生じた際に制振性能が向上し，クラックの進展を抑制できる．

4.　クラック推定

4.1　振動制御を伴わない推定

固有振動数変化によるクラック推定は，多数のセンサを用いない等の利点があるが，クラック深さ10%以下の推定は難しいとされ[8]，20%〜80%の深さのクラックを推定する研究例が多い．センサベースドヘルスモニタリングでも，原子炉の蒸気細管に対する渦電流探傷法のベンチマークには，深さ60%のクラックが加工された平板が用いられている[9]．また，本研究では，固有振動数の変化を考慮しない制御系では制振性能が劣化してしまう領域のクラックを扱う．そこで，深さ45%以上のクラックの推定を行う．

まず，振動制御がなされていない状態で，固有振動数の変化からクラックの位置，深さを推定する方法を示す．はじめに，はり先端の時刻歴応答を20秒間取得し，フーリエ変換することにより，1〜3次モード固有振動数e_1, e_2, e_3を得る．外乱は基礎部からのランダム外乱とする．つぎに，2.1節で求めた固有振動数を表す行列E_1, E_2, E_3と同じサイズの行列$S_i \in \Re^{86 \times 81}$ $(i = 1, 2, 3)$を用意する．行列E_iと同様，行列S_iの行がクラック位置，列がクラック深さに対応する．i次モードについて，行列E_iのn行p列が

$$e_i - \alpha_i < E_i(n, p) < e_i + \alpha_i, \quad i = 1, 2, 3 \tag{37}$$

を満たすとき，$S_i(n, p) = 1$とする．これにより，i次モードについて，クラックにより固有振動数が，$e_i \pm \alpha_i$となるクラック位置，深さの領域が抽出される．ここでα_iはしきい値であり，$\alpha_i = 0.05 e_i$とする．そして，行列S_a

$$S_a = S_1 + S_2 + S_2 \tag{38}$$

を求め，1〜3次モードについて抽出された領域を重ね合わせる．行列S_aの成分が3となる箇所が，1〜3次モードについて抽出された領域がすべて重なった領域であり，その中心がクラックの推定位置，深さに対応する．ここで，α_iを小さく設定すると，クラックが深く，行列E_iの変化率が大きい場合に抽出される領域が小さくなり，行列S_aの成分が3となる箇所が現れない場合がある．そこで，深いクラックでも領域S_iをある程度確保できるようにα_iを設定している．

4.2　振動制御を伴う推定

つぎに，振動制御を伴ったクラック推定手法を示す．まず，2章で示したクラックの開閉を有するモデルと，前章で設計したゲインスケジュールド制御系を用いて閉ループ系を構成し，新たに振動制御がなされたときのクラックの位置，深さと固有値の関係を求める．ここで，ゲインスケジュールド制御系はクラック深さ0として固定し，2章と同様に時刻歴応答から固有振動数を得る．そして，前節と同様に固有振動数の変化からクラックの位置，深さを推定するが，振動制御がなされているときは，1次モード固有振動数が現れにくく，推定精度は劣化してしまう．

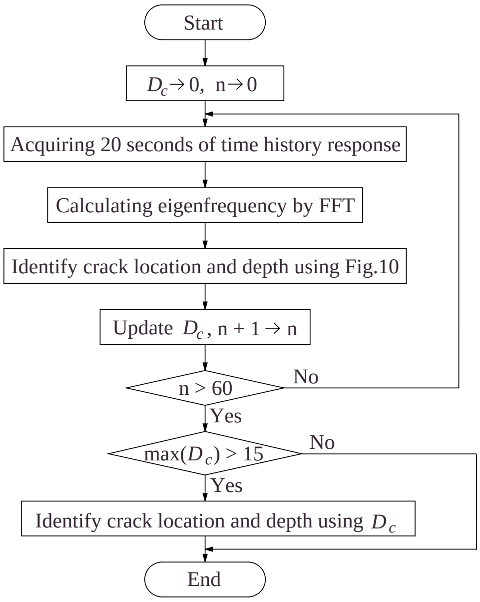


Fig. 6　Flow chart of crack identification with vibration control

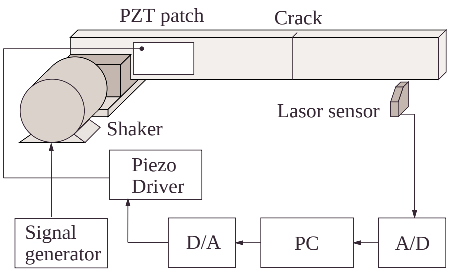


Fig. 7　Schematic diagram of experimental setup

そこで，行列S_iに加えて，推定されたクラックの位置，深さを蓄積するための行列$D_c \in \Re^{86\times81}$を用意する．まず，前節で示した方法によりクラックの位置，深さを推定する．そして，行列D_cに対して，推定されたクラック位置の±5要素，深さの10要素の範囲の要素に1を加算する．これを60回繰り返したのち，行列D_cの最大値が設定したしきい値を上回った場合，損傷が生じていると判断する．本研究では，しきい値は，15とした．しきい値は，クラック位置を1要素毎，深さを0%から5%毎に80%まで変化させた各状態において，シミュレーションによる推定結果を確認し，クラック深さが50%以上の状態において推定結果が良好となるように設定されている． フローチャートを**Fig.6**に示す.

5.　シミュレーションと実験

5.1　実験装置

実験装置の構成図を**Fig.7**に示す．アルミニウム角棒はメタルソーにより深さ3.5mm，幅0.3mmのクラックが加工されている．そして，富士セラミックス製圧電セラミックスC-6Hを接着し，MESS-TEK社製ピエゾドライバM-2683により電圧を印加する．はり先端の変位はキーエンス社製レーザ変位計LK-2000を用いて計測する．はりはリニアガイド上に固定され，旭製作所製加振器WaveMakerによりランダム加振される．センサ信号およびアクチュエータ出力信号はコンテック社製AD/DA変換器ADA16-32/2(PCI)Fを用いてPCに取り込まれる．前章で設計した制御器を1msで離散化してPCに実装する.

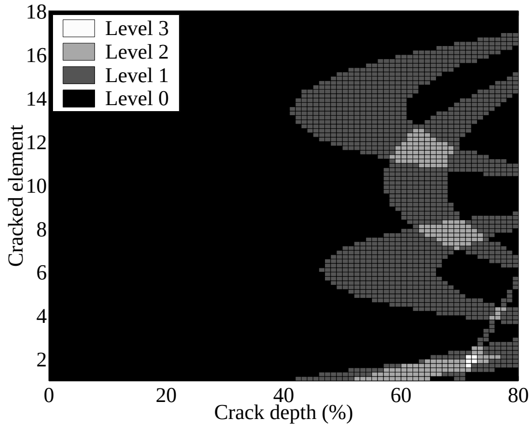


Fig. 8　Crack identification using eigenvalues

5.2　クラック推定

要素2に深さ70%と要素9に深さ70%のクラックを加工した2種類のはりを用いて損傷推定を行う．前報[5]ではクラック開閉を伴う推定をシミュレーションにより行った．しかし，実験では，クラックが0.3mmの幅を持つことから開閉が生じにくい．そこで，本稿ではクラック開閉を考慮せずに(15)式のモデルのみを用いてクラックの位置n_c，深さaに対する1～3次モードの固有振動数を表す行列$E_{oi} \in \Re^{86\times81}$ $(i = 1, 2, 3)$を求める．これを用いて，4.1節の手順に従いクラックの推定を行う．要素2に深さ70%のクラックを有するはりに対する推定結果S_aを**Fig.8**に示す．行列S_aの成分が3, 2, 1, 0となる成分をそれぞれ白色，薄灰色，濃灰色，黒色で示している．行列S_aの成分が3となる箇所が，1～3次モードについて抽出された領域がすべて重なった領域であり，その中心がクラックの推定位置，深さに対応する．**Fig.9**に2種類のはりに対して，それぞれ異なるランダム外乱を用いて推定を行った結果を示す．クラック深さが深い場合は，ほぼ正確な推定が行えることがわかる．クラックが浅い場合は，行列S_aの成分が3となる領域が大きくなるため推定精度が低くなるが，深さ45%程度までのクラックに対しては，推定が可能であることをシミュレーションにより確認している[5].

つぎに，振動制御を伴う損傷推定を行う．しかし，1次モードが大きく減衰するような制御器を用いると，加振実験では制御入力が圧電セラミックスの印加電圧の制限を超えてしまった．そこで，圧電セラミックスに印加可能な電圧を実験の10倍と仮定して数値シミュレーションを行う．**Fig.10**に損傷位置，深さを1)要素2，70%，2)要素5，70%，3)要素9，55%，4)要素13，70%，5)要素10，70%，とした推定結果を示す．クラックの生じている位置がはり根元付近であ

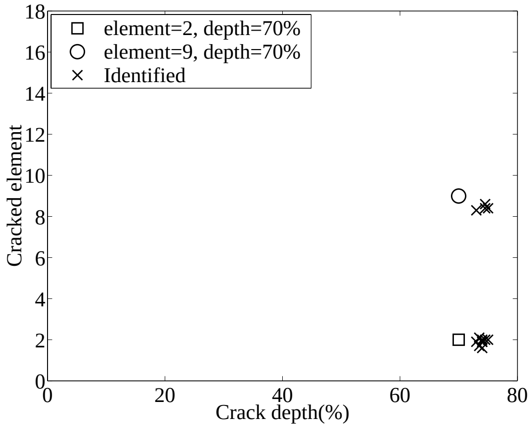


Fig. 9　Experimental result of crack identification

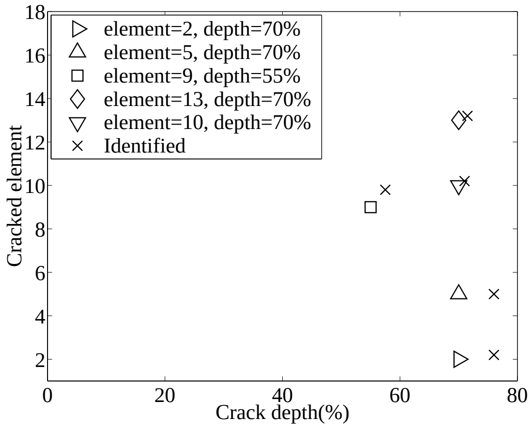


Fig. 10　Result of crack identification with vibration control

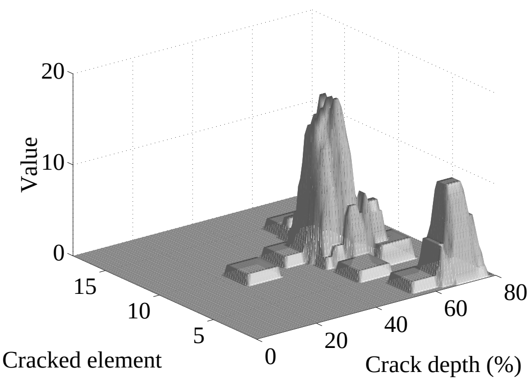


Fig. 11　Value of matrix D_c

る場合，若干深さが深く推定される傾向があるが，大きな誤差は生ずることなく推定が行えることがわかる．**Fig.11**に損傷位置を要素9，深さを60%として推定を行ったときの行列 D_c を示す．複数回推定を繰り返すことで，誤推定を回避することができることがわかる．なお，推定値をゲインスケジュールド制御系に与える際は，クラック位置は小数点以下を四捨五入し，また，クラック深さが(25)式の範囲を超えた場合はスケジューリングの最大幅である70%とする．

5.3　制御実験

本節では3章で設計したゲインスケジュールド制御系を用いて実験を行う．比較のために，ゲインスケジュールド制御系と制御入力の大きさがほぼ同じになるように H_∞ 固定制御器を設計する．

まず，はりにクラックを加工していない健全時のはりを用いて実験を行う．外乱は制御開始前に1次モード固有振動数で±130Vの電圧を7秒間印加し，発振させることにより与えている．**Fig.12(a)**にはり先端の変位を，**Fig.12(b)**に制御入力を示す．ゲインスケジュールド制御器による応答を実線で，固定制御器による応答を破線で示す．クラックが生じていないときは，ゲインスケジュールド制御と固定制御器はほぼ同様の制御性能であることがわかる．つぎに，要素2に深さ70%のクラックを加工したはりを用いた応答を**Fig.13(a), (b)**に示す．ゲインスケジュールド制御系の応答を実線で，比較として固定制御器による応答を破線で示す．外乱は健全時の実験と同様に，電圧を印加し発振させることにより与えているが，はりの固有振動数が低下しているため制御開始時の初期振幅は大きくなっている．ゲインスケジュールド制御系は前節で示した手法により推定された値を用いてクラックの位置，深さによってスケジューリングされている．Fig.5に示

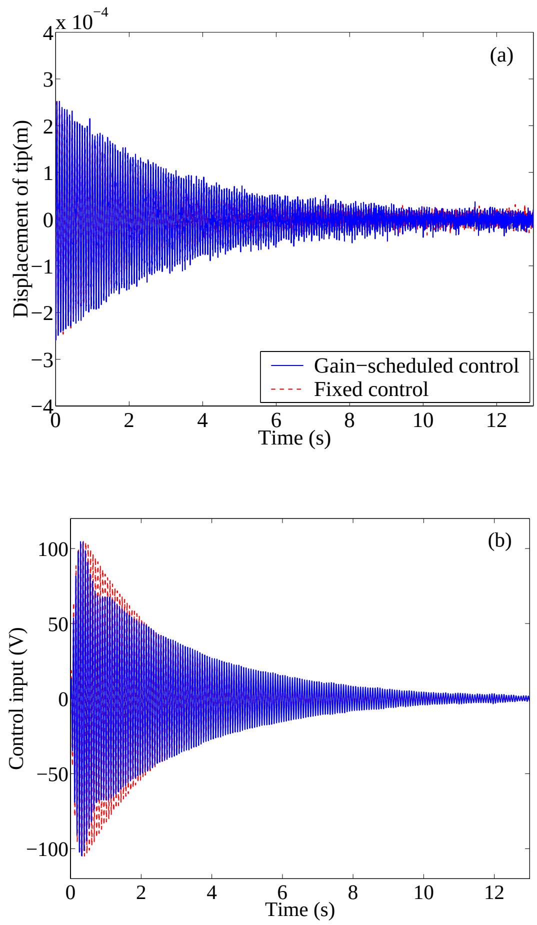


Fig. 12　Experimental response without crack

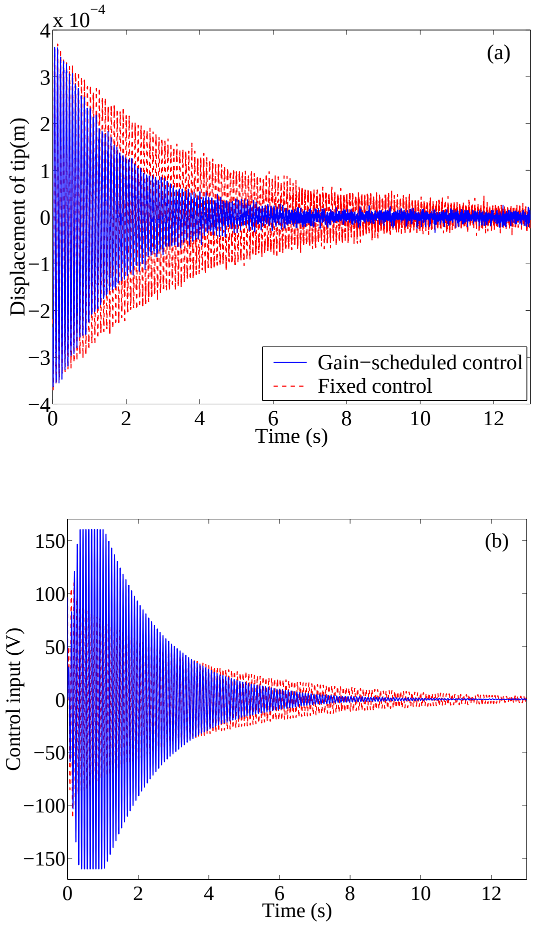


Fig. 13　Experimental response with crack depth 70%

したように，ゲインスケジュールド制御系はクラックにより変化したはりの固有振動数に対応した制御器となっているため，大きな制御入力を発生している．本研究では，圧電セラミックスに印加する電圧を ±160 V で制限しているため，制御入力が飽和しているが，ゲインスケジュールド制御系は速やかに振動を抑えており，クラック進展の抑制に効果的である．しかし，固定制御器ではクラックによる固有振動数の変化に対応しないため，制御入力は大きくならず，制御性能が劣化してしまうことがわかる．

6.　ま　と　め

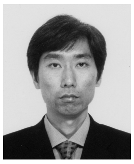
片持ちはりを対象として，クラックを考慮した有限要素モデルを導出した．さらに，クラックの深さ，位置をパラメータとする LPV モデルをフロベニウスノルムを近似の指標とする手法により求めた．そして，振動制御がなされている状態で，固有振動数の変化によりクラックの位置，深さを推定する一手法を提案した．さらに，推定されたクラックに 対応するゲインスケジュールド制御系の設計を行った．実験の応答より，ゲインスケジュールド制御系はクラックを考慮しない制御系に比較して，クラックが生じた際には制御性能が向上するように変化し，クラックの進展を抑制できることから，本研究で提案した推定および制御手法の有効性を検証した．

参　考　文　献

1) 岩城，岡田，白石，柴，三田，武田：制震・免震構造物へのヘルスモニタリングシステムの適用，JCOSSAR2003 論文集，583/590(2003)
2) 田中，稲垣：ジェットファン異常検知システム（第２報），電業社機械，**27**-2, 12/14(2003) http://www.dmw.co.jp/new/kikai53-1.pdf
3) G. L. Qian, S. N. Gu, and J. S. Jiang : The Dynamic Behaviour and Crack Detection of a Beam with a Crack, Journal of Sound and Vibration, **138**-2, 233/243(1999)
4) K. L. Narayana, C. Jebaraj : Sensitivity Analysis of Local/Global Modal Parameters for Identification of a Crack in a Beam, Journal of Sound and Vibration, **228**-5, 977/994(1999)
5) 高木，西郷，西村：スマート構造物のクラック推定を伴うゲインスケジュールド制御，日本機械学会論文集（C 編），**71**-705, 1574/1582(2005)
6) 大石：ゲインスケジュールド制御のためのモデリング, 第 23 回計測自動制御学会 Dynamical System Theory シンポジウム予稿集, 319/322(2000)
7) 岩崎徹也：LMI と制御，昭晃堂 (1997)
8) P. F. Rizos, N. Aspragathos, A. D. Dimarogonas : Identification of Crack Location and Magnitude in a Cantilever Beam from The Vibration Modes, Journal of Sound and Vibration, **138**-3, 381/388(1999)
9) 山本鎮男：ヘルスモニタリング，共立出版 (1999)

［著　者　紹　介］

高　木　清　志（正会員）



2002 年千葉大学大学院自然科学研究科博士後期課程人工システム科学専攻修了，2001 年日本学術振興会特別研究員，2002 年独立行政法人産業技術総合研究所，現在に至る．ロバスト制御系，ゲインスケジュールド制御系設計に関する研究に従事，博士（工学）

西　郷　宗　玄

1974 年神戸大学大学院修士課程機械工学専攻修了．同年工業技術院機械技術研究所入所．2001 年産業技術総合研究所出向．現在に至る．振動制御，波動制御の研究に従事．工学博士．日本機械学会，日本ロボット学会などの会員