

プロセス制御特性の3D表示とその応用[†]

重 政 隆*・根 岸 靖 典*

A New 3 D View of Process Control Performance Characteristics

Takashi SHIGEMASA* and Yasunori NEGISHI*

This paper proposes a new 3D view approach showing the sensitivity functions, like a curtain, on the Nyquist plot showing the stability of the control system. By using this approach, as the oscillating loop due to its control parameters has a large peak on the nyquist plot, the tightness of the control performances is improved. The integral parameter of the process can be identified from oscillating period and control parameters. The numerical example shows the effectiveness of the approach.

Key Words: Process control performance, 3D view, Nyquist diagram, Sensitivity functions, Integral parameter

1. はじめに

プロセス制御の現場でPID制御系が標準的に使われているが、広範な制御対象と制御目的に合わせた調整は必ずしも容易でない。結果として、周期的な動揺が生じ、他のループに影響を与えていて限界運転ができなかったり、ロスが発生しているケースを見ることがある。今日、そのようなロスはできるだけ最小化するべきであり、プロセス制御ループの制御性能を解析評価し、改善要因を追求し対策を打つ技術^{1)~4)}が注目されている。プロセス制御系の挙動は、安定性、目標値追従性、外乱抑制性、ノイズ感度特性などから支配されるが、自由度の問題で一つの制御器でこの4つの特性を完全に望むように調節はできない。しかしながら、Astrom⁵⁾はGang of fourと称し、4つの特性を考慮すべきであるとしている。ナイキスト線図、ボード線図、各感度関数の周波数プロットからのアプローチは、慣れないとつながりがわかりにくく感じた。また現場では制御定数を追込むにあたり調整の方向がわからず調整途中で止まっている状況も見かける。本稿では安定性を示すナイキスト線図と各感度関数を連係させた3D表示を提案する。これにより安定性と制御特性間の繋がりが良くなり、特に安定度の悪い制御系の逼迫感が増すように思う。3D表示を眺めているうちに、制御定数が原因で周期動揺しているような制御系では相補感度関数や感度関数とその動揺周期で大きなピークを持つので、ピークを持つという周波数領域からの条件から積分系の動特性をおおよそ同定する近似式を求めた。事例と比較し使える見通しが得られたので、こ

れも合わせて報告する。

2. 制御系の各制御特性

産業界で標準的に使われている制御系はPID制御系であるが、ここではFig.1のようなブロック図で表現される制御系を考える。ここで $C(s)$ 、 $G(s)$ は、それぞれ制御器と制御対象の伝達関数であり、 $r(s)$ 、 $y(s)$ 、 $e(s)$ 、 $u(s)$ 、 $d(s)$ 、 $n(s)$ は、それぞれ目標値、制御量、偏差、操作量、外乱、ノイズとする。 $y(s)$ と $u(s)$ の実波形は、制御系の入力である $r(s)$ 、 $d(s)$ と $n(s)$ から(1)式と(2)式のような影響を受けて変動している。

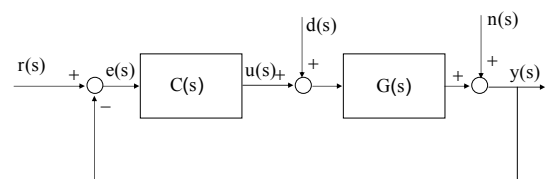


Fig. 1 A control system

$$y(s) = T(s)r(s) + GS(s)d(s) + S(s)n(s) \quad (1)$$

$$u(s) = CS(s)r(s) - T(s)d(s) + CS(s)n(s) \quad (2)$$

ここで

$$T(s) = \frac{G(s)C(s)}{1 + G(s)C(s)} \quad (3)$$

$$S(s) = \frac{1}{1 + G(s)C(s)} \quad (4)$$

$$GS(s) = \frac{G(s)}{1 + G(s)C(s)} \quad (5)$$

$$CS(s) = \frac{C(s)}{1 + G(s)C(s)} \quad (6)$$

[†] SICE 制御部門大会で一部発表 (2009・3)

* 東芝三菱電機産業システム(株) 東京都港区三田 3-13-6 三田 43MT ビル

* TMEIC, Minato-ku, Tokyo

(Received January 28, 2010)

Fig.1 の制御系の特性を明確にするために, Astrom は, Gang of Four と称し (3) ~ (6) 式を評価すべきとした. 時間応答波形がわかりやすいので Fig.2 のように目標値応答, 外乱応答, ノイズ応答を順にシミュレーションし, 制御量と操作量の時間応答波形により各特性を確認する方法⁸⁾を紹介した.

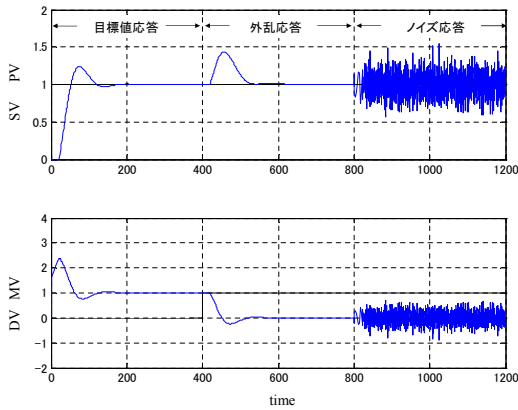


Fig. 2 A simulation example

2.1 制御系の安定性

ある制御系の安定性を示す一巡伝達関数 $G(s)C(s)|_{s=j\omega}$ のベクトル軌跡, すなわちナイキスト線図は Fig.3 のように示すことができる. このナイキスト線図が不安定点 (-1,0) からどのくらい離れているか, 後で述べる最大感度 M_s や, ナイキスト線図が負の実軸を通過するときのゲインと不安定点 (-1,0) との比であるゲイン余裕 G_m やナイキスト線図が単位円と通過するときの負の実軸からの角度すなわち位相余裕 m などから判断できる. ナイキスト線図は安定度評価として純粋むだ時間まで誤差なく表現できるので普遍性があるが, 慣れないと制御系の特に悪さ加減が良くわからないのが実情であろう.

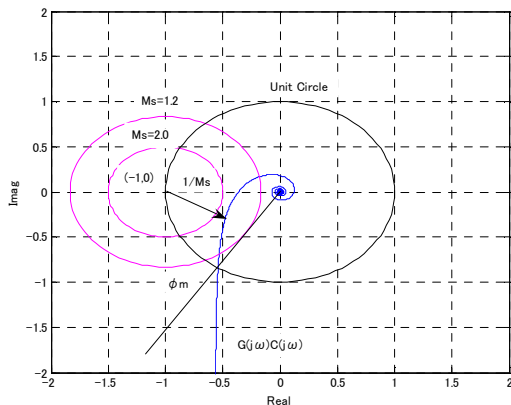


Fig. 3 A Nyquist curve

2.2 感度関数

制御対象 $G(s)$ の特性変動が相補感度関数 $T(s)$ の特性変動への影響を示す感度関数 $S(s)$ は, (4) 式のように制御系におけるノイズ $n(s)$ から制御量 $y(s)$ 間の伝達関数でもある. 低

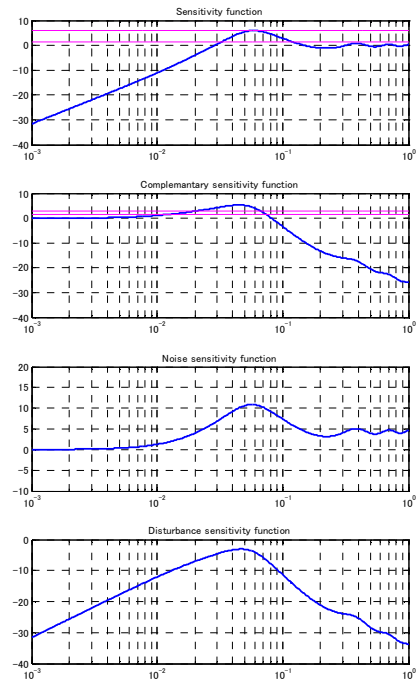


Fig. 4 Sensitivity functions

周波領域では $|S(s)|_{s=j\omega}$ が 1 より小さくなり動特性変動の制御系への影響を小さくできるのでロバスト性があると判断でき, 逆に $|S(s)|_{s=j\omega}$ が 1 より大きな周波数領域ではノイズを増幅し, ピークを持つ周波数で動揺する可能性もある. 最大感度 M_s は (7) 式で表わされ, すなわち Fig.3 からわかるように (-1,0) からナイキスト線図までの最短距離の逆数としても理解できる. その良好な範囲として Astrom 等は 1.2 ~ 2.0 としている.

$$M_s = \max_{\omega} |S(s)|_{s=j\omega} \tag{7}$$

2.3 相補感度関数

(3) 式で表わされる相補感度関数 $T(s)$ は, 目標値 $r(s)$ から制御量 $y(s)$ 間のいわゆる制御系の伝達関数である. 速応性を上げるには $T(s)$ の制御帯域幅を広げることが必要だが, 制御ゲインを大きく取るとやがて周期動揺成分が現れ周波数応答でピークを持つようになる.

$$M_t = \max_{\omega} |T(s)|_{s=j\omega} \tag{8}$$

良好な制御系での望ましい M_t 値として 1.2 ~ 1.4 が良いと言われている.

2.4 ノイズ感度関数

(6) 式で示されるノイズ感度関数 $CS(s)$ は, ノイズ $n(s)$ から操作量 $u(s)$ 間の伝達関数であり, ノイズが操作量に与える影響が把握されるので, 微分ゲインの決め方などで参考になる.

2.5 外乱感度関数

(5) 式で表わされる外乱感度関数 $GS(s)$ は, 外乱の制御量

への伝達関数であり、外乱の影響を見ることができる。Fig.1の制御系の特性を明確にする Astrom の称する Gang of Four の特性は、Fig.3 から Fig.4 のように、ナイキスト線図、各感度関数ゲインの周波数応答などで表現することができるが、つながり感が希薄であった。

3. ナイキスト線図と各感度関数の3D表示

感度関数の表示を、一言で言うならばナイキスト線図の $(x(\omega), y(\omega))$ 地点で $z(\omega)$ 地点から $20 \log_{10} |S(j\omega)|$ 地点に向けて Z 軸方向の線を引くことをすべての周波数 ω で行うことである。これによりカーテン状に表示することができ、ナイキスト線図と感度関数を1つのグラフにまとめることができる。しかも色々な角度から見られるようにすることである。

$$z(\omega) = 20 \log_{10} |S(j\omega)| \quad \leftarrow \quad z(\omega) = 0 \quad (9)$$

$$x(\omega) = \text{Real}(G(j\omega)C(j\omega)) \quad (10)$$

$$y(\omega) = \text{Imag}(G(j\omega)C(j\omega)) \quad (11)$$

Fig.5は、制御対象がゲイン $K=1$ 、時定数 $T=50\text{min}$ 、むだ

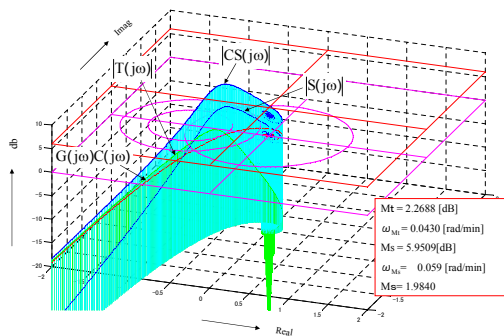


Fig. 5 A 3D plot of sensitivity functions on Nyquist curve

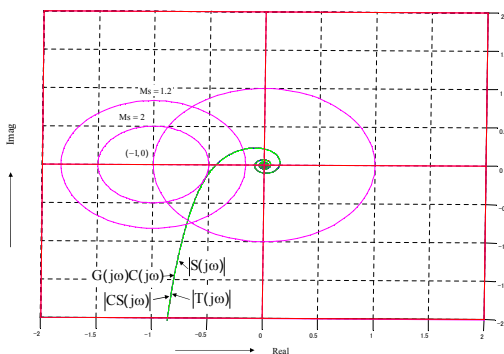


Fig. 6 An upper view of the 3D plot

時間 $L=20\text{min}$ の1次遅れ系、制御器はPI制御器 ($K_c=1.64$, $T_i=43\text{min}$) の場合の本提案による3D表示例である。この縦軸(垂直軸)の単位は dB とした。ナイキスト線図は 0dB の平面に描かれており最大感度 $M_s=1.2$ と 2.0 の円と単位円とともにプロットされており、ほぼ $M_s=2.0$ に接している。

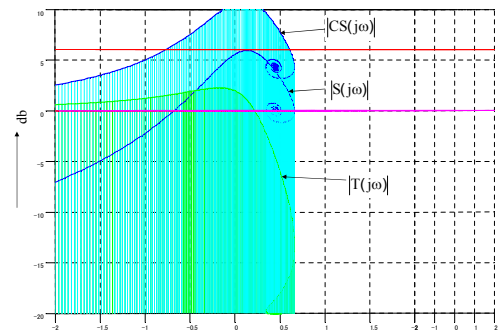


Fig. 7 A side view of the 3D plot

相補感度関数 $20 \log_{10} |T(j\omega)|$ 、感度関数 $20 \log_{10} |S(j\omega)|$ とノイズ感度関数 $20 \log_{10} |CS(j\omega)|$ 等をナイキスト線図上に、カーテン状に3Dプロットされている。3D表示は込んでいる感もあるが、上方から見ると Fig.6 のようにナイキスト線図が射影され、横から見ると、Fig.7 のように各感度関数が射影される。3D表示ではナイキスト線図が不安定点 $(-1, 0)$ に近づき安定性が悪くなると、ナイキスト線図上の各感度関数が大きなピークを持つので、安定性の悪さの逼迫感が表現できる。むだ時間があるのでナイキスト線図は、解析する周波数とともに原点を周回するようになるが、相補感度関数 $20 \log_{10} |T(j\omega)|$ は原点を周回するにつれてゲインが減衰している様子が見える。外乱感度関数 $20 \log_{10} |GS(j\omega)|$ も同様にプロットできるが本例では示していない。比較すると外乱抑制特性が周波数領域からも説明できる。

4. あるレベル制御系の3D表示例

小河が文献⁶⁾で紹介していたレベル制御系を例に調整前後の制御特性を3D表示させた。制御対象は積分時定数 $T=409.4\text{min}$ の積分系で、 220min 周期の周期動揺を発生していた調整前 (Before) のPI定数は $K_c=0.5$, $T_i=1.5\text{min}$ 、小河の方法⁷⁾によって調整された調整後 (After) のPI定数は $K_c=4.03$, $T_i=202.9\text{min}$ である。まず3D表示の上方から見たナイキスト線図を Fig.8 に示す。調整前のナイキスト線図は不安定点 $(-1, 0)$ に近づいており、調整後のそれは不安定点から相対的に離れていることがわかる。経験を積みわかれるのかも知れないが、周期動揺を発生していた調整前の制御性の悪さの逼迫度はナイキスト線図だけではわかりにくいと言えよう。Fig.9は、調整前後の制御系の各感度関数をナイキスト線図上にカーテン状に3D表示したものである。調整前の制御系の感度関数、相補感度関数、ノイズ感度関数とも大きなピークを持っている。調整後の制御系では各感度関数にそのピークは平坦方向となっている。このように、単にナイキスト線図の比較ではわかりにくかった制御系の安定性の悪さは3D表示すると明確になる。Fig.10は、Fig.2のように制御特性が際立つように目標値応答、外乱応答、ノイズ

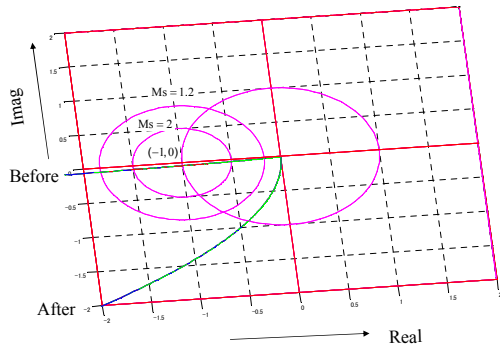


Fig. 8 A comparison of Nyquist curves

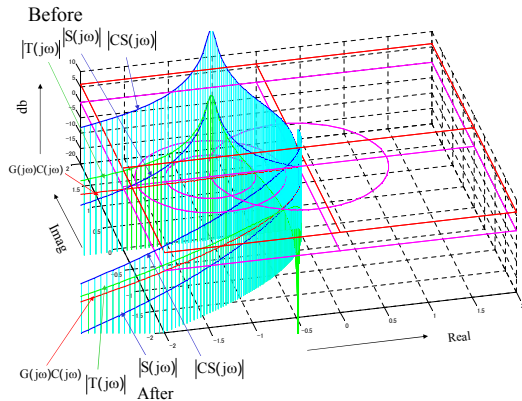


Fig. 9 A comparison of 3D views of the control systems

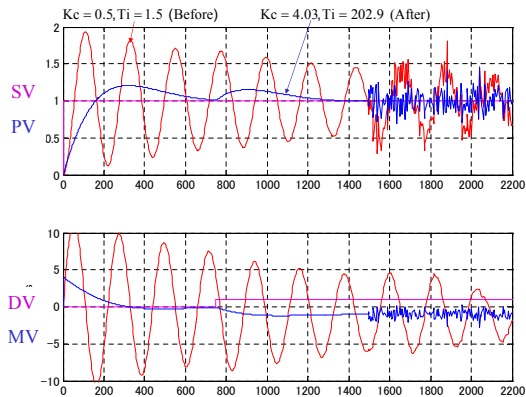


Fig. 10 Comparison of time responses of the control systems

応答の期間を分けてシミュレーションしたものである。調整前の制御系は全般的に周期動揺が見られるが、調整後のそれは周期動揺も無く安定度が向上していることがわかる。ノイズが印加されている期間の制御量 $y(t)$ と操作量 $u(t)$ の統計処理を行い標準偏差 (Standard Deviation) を求め、2次元的にプロットしたものが Fig.11 である。調整後のノイズ感度関数は大きなピークが無いので操作量の変動幅が調整前の $1/7$ で済んでいる。制御量の変動幅も調整前後で半分に減つ

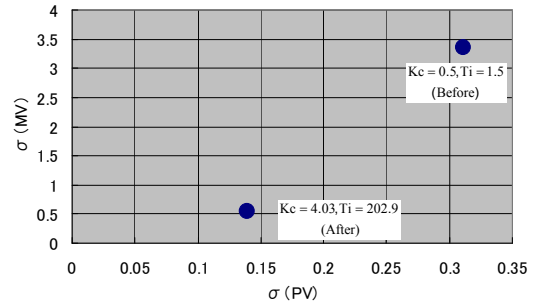


Fig. 11 A map of standard deviations

て、変動幅が大きく改善されていることがわかる。もしレベル制御系の後段に反応系や温度系などがあつたならば、流量の動揺が外乱になり、品質に影響したり、エネルギーロスが発生していたかも知れない。Fig.8 の調整前の感度関数、相補感度関数のピークすなわち M_s と M_t およびその角周波数 ω_s と ω_t を求めると Table.1 のようになった。調整前の動揺周期はほぼ 220min であり、各角周波数 ω は $0.0284[\text{rad}/\text{min}]$ となり、 M_s や M_t を発生している角周波数と一致している。

	$M_t[\text{dB}]$	$\omega_t[\text{rad}/\text{min}]$	$M_s[\text{dB}]$	$\omega_s[\text{rad}/\text{min}]$
Before	27.2	0.0284	27.1	0.0284
After	2.09	0.0055	0.00	-

Table 1 M_t , M_s and of the angler frequencies

5. 感度関数と相補感度関数のピーク条件

制御器 $C(s)$ と制御対象 $G(s)$ が定義されれば、各感度関数のピークを発生する角周波数 ω は理論的に求まるはずである。以下に、試みる。

$$C(s) = K_c(1 + \frac{1}{T_i s}) \tag{12}$$

$$G(s) = \frac{1}{T_p s} \tag{13}$$

感度関数 $|S(j\omega)|$ と相補感度関数 $|T(j\omega)|$ を求めると、それぞれ次式のように表される。

$$|S(j\omega)| = \frac{1}{|1 + G(j\omega)C(j\omega)|} \tag{14}$$

$$|T(j\omega)| = \frac{G(j\omega)C(j\omega)}{|1 + G(j\omega)C(j\omega)|} \tag{15}$$

また各感度関数のピークを発生する角周波数 ω で各感度関数のプロセスパラメータの傾きはゼロとなるはずである。少し煩わしいが T_p が、感度関数ピーク条件 (16) 式より (18) 式のように、相補感度関数ピーク条件 (17) 式より (19) 式のように得られた。(導出は付録参照)

$$\frac{d|S(j\omega)|}{dT_p} = 0 \tag{16}$$

$$\frac{dT_p(j\omega)}{dT_p} = 0 \quad (17)$$

$$T_p = -\frac{R^2 + X^2}{\omega X} \Big|_{\omega=\omega_s} \quad (18)$$

$$T_p = \frac{X}{\omega} \Big|_{\omega=\omega_t} \quad (19)$$

ここで, R と X はそれぞれ次式である.

$$C(j\omega) = R + jX \quad (20)$$

$$R = K_c \quad (21)$$

$$X = -\frac{K_c}{T_i \omega} \quad (22)$$

$$\omega = \frac{2\pi}{T_c} \quad (23)$$

一方, 小河は時間応答を具体的に求めるアプローチ^{6),7)}から T_p を (24) 式のように求めている.

$$T_p = \frac{K_c T_c^2}{8\pi^2 T_i} \left[1 + \sqrt{1 - \left(\frac{2\pi T_i}{T_c} \right)^2} \right] \quad (24)$$

ここで T_c は動揺周期である. 制御パラメータ $K_c=0.5$, $T_i=1.5$ と動揺周期 220min を用いると (18) 式からは $T_p=409.4\text{min}$ となり, (18) 式では $T_p=408.7\text{min}$ となり, 小河の (24) 式からは $T_p=408.5\text{min}$ となった. 小河の数値を基準にすると誤差 0.23% 以内であり, 近似的にも十分に求められている.

6. まとめ

制御系の安定性を示すナイキスト線図と制御特性を示す各感度関数との関係, 特に制御性が良くない制御系を改善させるため, ナイキスト線図上に各感度関数ゲインをカーテン状に示す 3D 表示を試みた. これにより安定性が悪く周期動揺を発生している制御系では, その周期動揺の周波数で感度関数が大きなピークを持つことが明確に示され, 逼迫性が増すことがわかる. 続いて, 感度関数ピーク発生条件からすなわち周波数領域からのアプローチで最も簡単に産業界の現場に多く見られる積分系のパラメータを同定する近似式を導いた. この数値結果は小河氏が提案している時間領域からの結果とほぼ同様であり, 使えたと判断される. 外乱とノイズだけで動いている閉ループ系のデータから制御対象の動特性は一般には同定できないことになっているが, プロセス制御の現場では制御定数により周期動揺している場合には同定試験をすることなく制御対象の積分パラメータを近似的に求められることがわかる.

MATLAB による 3D 表示方法については, 法政大学の小林一行氏にご指導頂いた, ここに感謝申し上げます.

参考文献

- 1) 制御性能監視については加納による下記 HP に詳しい.
<http://tech.chase-dream.com/cpm.html>

- 2) 赤松耕二, 島廻昭朗, 小河守正: 性能監視とチューニング, 化学工学, 65, 665/668(2001)
- 3) 中野浩, 菊池忠雄, 根岸靖典: 制御性診断による制御改善, 計装, 51-12, 27/31(2008)
- 4) 下記 HP に詳しい.
<http://planttrriage.com/>
- 5) K.J.Astrom: Feedback Fundamentals. IEEE-IAS Advanced Process Control Applications, Vancouver (2006)
- 6) 小河守正: 積分プロセス制御システムの自励振動周期から積分時定数を推定する方法, 学振 PSE143 委員会 WS27 研究会資料 (2008)
- 7) 小河守正, 加納学, 橋本伊織: ギャップ付き PI コントローラを用いた均流液面制御の設計方法, 化学工学論文集, 24-2, 259/265(1998)
- 8) J.L.Guzman, K.J.Astrom etc.: Interactive Learning Modules for PID Control, IEEE Control Systems Magazine, 118/134, October(2008)

【付 録】

A. (18) 式の導出

$|S(j\omega)|$ は, 次式ようになる.

$$|S(j\omega)| = \frac{1}{\sqrt{\left(1 + \frac{X}{\omega T_p}\right)^2 + \left(\frac{R}{\omega T_p}\right)^2}}$$

これを T_p で 1 回微分して整理すると次式

$$\frac{d|S(j\omega)|}{dT_p} = \frac{X^2 + \omega T_p X + R^2}{\omega^2 T_p^3 \left(\left(1 + \frac{X}{\omega T_p}\right)^2 + \left(\frac{R}{\omega T_p}\right)^2 \right)^{3/2}}$$

となり, 左辺=0 を T_p について求めると (18) 式が得られる. (19) 式の導出は同様であり, 略す.

[著者紹介]

重 政 隆 (正会員)



1971 年早稲田大学大学院電気工学修士課程終了. 同年, 東京芝浦電気(株)(現在の(株)東芝)に入社. 総合研究所の電気機械研究所から始まり, 電力社会システム技術開発センターまでの研究開発部門でシステム制御技術・プロセス制御技術の研究開発に従事. 2006 年より東芝三菱電機産業システム(株)産業システムソリューション技術部. 計測自動制御学会より 1985 年度論文賞, 1993 年度, 1994 年度技術賞などを受賞. 1995 年計測自動制御学会理事. 1998 年計測自動制御学会よりフェロー称号授与. 1998 年産業部門長, 2000 年制御部門長などを歴任. 2002 年より法政大学大学院兼任講師. システム制御情報学会などの会員. 学術振興会プロセスシステム工学 143 委員会委員. 2006 年から 2009 年まで計測自動制御学会プロセス塾委員・講師.

根 岸 靖 典 (正会員)



1990 年東京都立工業高等専門学校電気工学課卒業. 同年(株)東芝に入社. 2003 年に東芝三菱電機産業システム(株)に転属. 現在, DCS 関連の SE 業務に従事. 計測制御エンジニア補.