

計算トルク法をベースとした ロボットアームの適応軌道制御系の過渡応答改善法[†] —滑らかな射影アルゴリズムの利用—

澤田 雅 栄*・板 宮 敬 悦*

An Improvement of Transient Response in
Adaptive Trajectory Control System Based on The Computed Torque Law for Robot Arm
—Applying Smooth Projection Algorithm—

Masataka SAWADA* and Keietsu ITAMIYA*

Middleton and Goodwin proposed an adaptive trajectory control scheme by an adaptive control law which uses not only adjustable parameters but also their differential value in consideration of the transition response improvement of adaptive control system based on the computed torque method. In the paper, an adaptive law with a parameter projection algorithm which changes differentiation of parameters is also proposed since the positive definiteness of estimated inertia matrix is necessary in order to realize a stable adaptive control system. However, the stability of the control system with conventional parameter projection algorithm is not strictly guaranteed since the control input cannot be synthesized accurately because parameter differentiations do not exist in such a time that projection begins or ends. Also, the response of the control system is deteriorated along with the projection operation when a left differentiation is used to evade the realization problem of control input. Then, this paper proposes an improved adaptive trajectory scheme which uses the fact that a certain smooth parameter projection algorithm can be applied by a devised convex set to which adjustable parameters are restrained. The effectiveness of the proposal method is shown by a stability analysis with a new Lyapunov function and simple numerical simulation results.

Key Words: adaptive control, trajectory control of robot arm, transient response

1. はじめに

ロボットアームの制御では、負荷変動に伴う制御対象の特性変化やアームの可動範囲の制約、あるいは、高速に動作させると非線形特性が顕著となることから、適応制御を行った方が良い場合がある。

剛体リンクロボットアームの軌道を適応的に制御する方法は古くから研究が行われており、大きくつぎの4つに分類可能と考えられる。(1) ロボット固有の受動性を活用した構成法(たとえば文献[1~4])、(2) 計算トルク法をベースとした構成法(たとえば文献[5~7])、(3) スライディングモード制御を用いた構成法(たとえば文献[8,9])、(4) 適応 I&I¹⁰⁾を用いた構成法¹¹⁾などである。

このように、定常的に軌道誤差が小さくできる構成法が数多く提案されている。その一方で、適応制御固有の過渡応答の改善を考慮した構成法は比較的少ないと思われる。文献[5]の剛体リンクロボットマニピュレータの適応軌道制御法は、制御入力トルクの合成に可調整パラメータの微分値を用いることによって、軌道誤差の過渡応答が可調整パラメータの調整速度に起因して劣化しない特長を持つ。この適応制御系の構成法は今でいう DyCE 原理に基づく構成法¹²⁾と同様な制御系となっていることから、適応制御系の過渡応答の改善を考慮した有用な方法である。ただし、制御系の安定性や軌道誤差の零収束性を保証するために、すべての時刻で推定慣性行列の正定性が確保される必要がある。たとえば、文献[5]の計算トルク法をベースとした構成法において水平2自由度の剛体リンクロボットアームの適応軌道制御を考えた場合、推定慣性行列は3つの可調整パラメータで構成することができる。このとき、推定慣性行列の正定性を確保するための可調整パラメータ空間は推定慣性行列が正定で、しかも可調整パラメータが正である場合、Fig. 1のような半円錐の内側であり、凸集合となる。

[†] 第53回自動制御連合講演会で発表(2010・11)

* 防衛大学校電気電子工学科 神奈川県横須賀市走水 1-10-20

* Dept. of Electrical and Electronic Eng., National Defense Academy, 10-20, Hashirimizu 1-chome, Yokosuka, Kanagawa, Japan

(Received December 6, 2010)

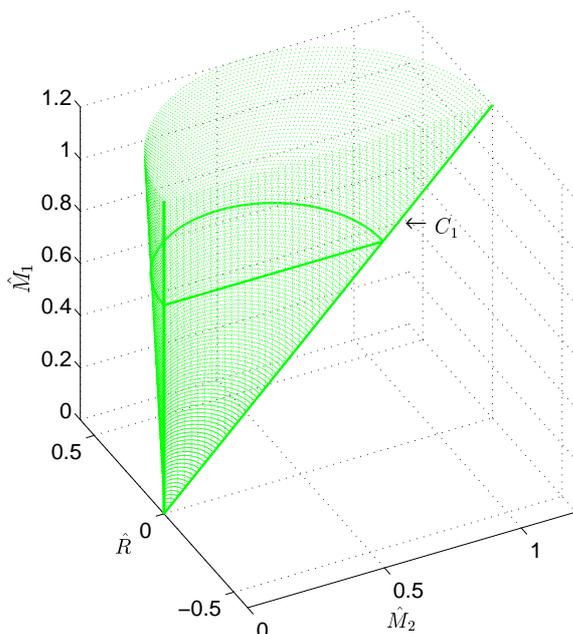


Fig. 1 The convex set C_1 of estimated inertia matrix

文献 [5] では、積分器入力を切替えるパラメータ射影アルゴリズム¹³⁾を適応則に併用することで、可調整パラメータを Fig.1 のような凸集合に拘束することを提案している。このような射影アルゴリズムはその後、解の存在性や一意性の確保¹⁴⁾、拘束すべき凸集合の境界を一般的な超多面体へ拡張^{15) - 17)}するなどさまざまな改良が加えられている。

しかしながら、切替型パラメータ射影アルゴリズムを用いると、射影動作の開始・開放時刻で可調整パラメータの微分値を持たなくなるため、これらの時刻では文献 [5] の構成法の制御入力合成ができず、制御系の安定性や軌道誤差の零収束性が厳密に言えなくなる。入力合成の実現問題を解決するために、射影動作開始時刻または開放時刻で左微分を用いる方法があるが、これらの時刻では左微分が不連続に変化するため制御入力トルクもまた不連続に変化し、射影動作直後の軌道誤差（特に高い周波数域での誤差）が増大してしまう。

これら一連の問題の本質的な解決方法は、すべての時刻で可調整パラメータの微分値の存在を保証し、かつ、指定した凸集合に可調整パラメータを拘束できる、いわゆる、滑らかな射影アルゴリズムを併用した適応則を文献 [5] の制御法に用いることである。滑らかな射影アルゴリズムを併用した適応則の代表的な研究として Akella ら [18,19]、棚橋ら [20] の方法があるが、ここで考える問題の解決法にはならない。文献 [18,19] や [20] の方法は、拘束すべき凸集合が超直方体（すなわち、個々のパラメータの上下限が定数の集合）でなければ滑らかな射影アルゴリズムを併用した適応ループの安定性が言えないのに対し、推定慣性行列の正定性を保証する凸集合は一般に超直方体ではない（個々のパラメータの上限または下限が他のパラメータに依存する）からである。

そこで本論文では、リンク間の干渉が極端に大きくない水

平 2 自由度剛体リンクロボットマニピュレータの適応軌道制御問題において、推定慣性行列の正定性と可調整パラメータの微分値の存在を保証する適応則を導入し、文献 [5] の制御系が実現できる新たな適応制御系を提案する。またその有効性を、新たなリアプノフ関数を用いた安定解析と簡単な数値実験によって示すものである。提案法の実現の鍵は、従来の超直方体集合に拘束する滑らかなパラメータ射影アルゴリズムが適用でき、かつ、推定慣性行列が正定となるパラメータ集合に含まれるように凸集合を適切に選択することである。

第 2 節では取り扱う制御対象について述べる。第 3 節では従来の構成法を紹介するとともにその問題点について説明する。第 4 節では従来の構成法の問題点を解決する提案法の構成とその基本的考え方について述べる。第 5 節では提案法の有効性を確認する数値実験結果について示し、第 6 節で本研究をまとめる。

2. 制御対象の数学モデル

制御対象は剛体リンクで構成される水平 2 自由度のロボットアームとする。リンク 1 の長さを l_1 、第 1 関節からリンク重心までの長さを r_1 、リンク 2 の長さを l_2 、第 2 関節からリンク 2 の重心までの長さを r_2 とする。また、リンク 1 およびリンク 2 の質量をそれぞれ m_1, m_2 とし、それぞれのリンクの重心点まわりの慣性モーメントを I_1, I_2 とする。絶対座標系 ($x-y$ 軸) に対して、関節角 q_1, q_2 を Fig. 2 のようにとする。ここでは、一般性を失うことなく $|q_i| < \pi$ [rad] ($i = 1, 2$) とする。

このとき、ロボットアームの逆力学モデルはつぎのように表される。

$$\tau = M(q)\ddot{q} + C(q, \dot{q})\dot{q} \quad (1)$$

$$= A\rho \quad (2)$$

ここに、 $q = [q_1, q_2]^T$ とする。(1) 式の左辺の $\tau = [\tau_1, \tau_2]^T$ は関節トルクベクトルであり、(1) 式の右辺の $M(q)\ddot{q}$ と $C(q, \dot{q})\dot{q}$ は、それぞれ慣性力と遠心力・コリオリ力に起因するトルクを表す。また、 $M(q), C(q, \dot{q}), A$ および ρ は、それぞれ次式で表される。

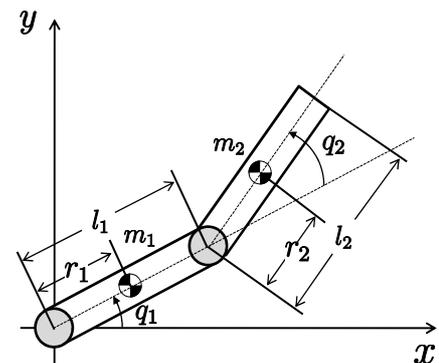


Fig. 2 The definition of link angle q_1, q_2

$$M(q) := \begin{bmatrix} M_1 + 2R \cos q_2 & M_2 + R \cos q_2 \\ M_2 + R \cos q_2 & M_2 \end{bmatrix} \quad (3)$$

$$C(q, \dot{q}) := \begin{bmatrix} -2R\dot{q}_2 \sin q_2 & -R\dot{q}_2 \sin q_2 \\ R\dot{q}_1 \sin q_2 & 0 \end{bmatrix} \quad (4)$$

$$A := \begin{bmatrix} \ddot{q}_1 & \ddot{q}_2 & \phi_1 \\ 0 & \ddot{q}_1 + \ddot{q}_2 & \phi_2 \end{bmatrix} \quad (5)$$

$$\rho := [M_1 \quad M_2 \quad R]^T \quad (6)$$

ここに定数 M_1, M_2, R および時間関数 ϕ_1, ϕ_2 は、それぞれつぎのように定義される。

$$M_1 := I_1 + I_2 + m_1 r_1^2 + m_2 (l_1^2 + r_2^2) \quad (7)$$

$$M_2 := I_2 + m_2 r_2^2 \quad (8)$$

$$R := m_2 r_2 l_1 \quad (9)$$

$$\phi_1 := (2\ddot{q}_1 + \ddot{q}_2) \cos q_2 - (\dot{q}_2 + 2\dot{q}_1)\dot{q}_2 \sin q_2 \quad (10)$$

$$\phi_2 := \ddot{q}_1 \cos q_2 + \dot{q}_1^2 \sin q_2 \quad (11)$$

(注意 1) 摩擦力を考慮した逆動力学モデルは容易に表すことができるが、このとき未知パラメータは慣性行列に関わる M_1, M_2, R だけではなく、摩擦力に関する未知パラメータが増えることとなる。ここでは後の議論を簡単にするため、摩擦に関する項は省略して考える。

(注意 2) ここでは文献 [21] をもとに、(6) 式を用いて τ の未知パラメータに関する線形表現を行ったが、(6) 式以外にも未知パラメータの取り方には自由度がある。

ここで、制御対象はつぎの仮定を満足するものとする。

[仮定 1] $M_1 - M_2 - R > 0$

[仮定 2] $M_2 - R > 0$

上述の仮定 1 および仮定 2 は、 $M_1 - M_2$ や M_2 に比べて $R > 0$ が十分に小さい、すなわち、1 リンクと 2 リンクの相互作用が極端に大きくないことを意味する。たとえば、SICE-DD アームではこの仮定が成り立つことが知られている²¹⁾。

3. 文献 [5] の構成法とその問題点

この節では、前節でモデル化したような剛体のリンクで構成される 2 リンクの水平ロボットアームを対象とし、文献 [5] に基づく構成法を紹介するとともに、その問題点について述べる。

3.1 文献 [5] の提案に基づく構成法

文献 [5] では入力トルク τ がつぎのように適応的に合成される。

$$\tau := \hat{M}(q) (\ddot{q}_d - K_D \dot{\tilde{q}} - K_P \tilde{q}) + \hat{C}(q, \dot{q}) \dot{q} + \tau_a \quad (12)$$

$$\tau_a := A_f \hat{\rho} - \hat{M}(q) (\ddot{q}_f + K_D \dot{\tilde{q}}_f + K_P \tilde{q}_f) \quad (13)$$

ここに、 $\hat{M}(q)$ 、 $\hat{C}(q, \dot{q})$ および $\hat{\rho}$ は、それぞれ $M(q)$ 、 $C(q, \dot{q})$ および ρ に含まれる M_1, M_2, R を推定値 $\hat{M}_1, \hat{M}_2,$

\hat{R} で置換したもので、以下のように定義される。

$$\hat{M}(q) := \begin{bmatrix} \hat{M}_1 + 2\hat{R} \cos q_2 & \hat{M}_2 + \hat{R} \cos q_2 \\ \hat{M}_2 + \hat{R} \cos q_2 & \hat{M}_2 \end{bmatrix} \quad (14)$$

$$\hat{C}(q, \dot{q}) := \begin{bmatrix} -2\hat{R}\dot{q}_2 \sin q_2 & -\hat{R}\dot{q}_2 \sin q_2 \\ \hat{R}\dot{q}_1 \sin q_2 & 0 \end{bmatrix} \quad (15)$$

$$\hat{\rho} := [\hat{M}_1 \quad \hat{M}_2 \quad \hat{R}]^T \quad (16)$$

$\tilde{q} := q - q_d$ とする。 q_d は q の目標値で、2 階微分可能な信号とする。また、 $K_D := \text{diag}\{k_{d1}, k_{d2}\} > 0$ 、 $K_P := \text{diag}\{k_{p1}, k_{p2}\} > 0$ は設計パラメータである。信号 $x_f(t)$ という表記は、 $x(t)$ を 1 次のローパスフィルタ (伝達関数 $1/(s + \lambda)$; $\lambda > 0$) に通した出力信号を表す。

(注意 3) (12) 式で τ_a を除く部分は、計算トルク法による入力において、未知パラメータを推定値に置き換えた形式 (CE 入力) となっている。したがって、 τ は τ_a の存在とあわせて、いわゆる DyCE 原理に基づく入力と考えることができる。

以下では、簡単のため、 $K_D = 2\lambda I$ 、 $K_P = \lambda^2 I$ とおくことにする。

(12) 式の τ を (1) 式の逆動力学モデルに代入すると、つぎの誤差方程式が得られる。

$$\hat{M}(q) (\dot{\tilde{q}} + \lambda \tilde{q}) = -A_f \tilde{\rho}; \quad \tilde{\rho} := \rho - \hat{\rho} \quad (17)$$

したがって、 $\hat{M}(q)$ の正定性を保証しながら、右辺の $A_f \tilde{\rho}$ が \mathcal{L}_2 信号となるように $\hat{\rho}$ が適応則で更新されるならば、

$$\lim_{t \rightarrow \infty} \tilde{q} = 0 \quad (18)$$

が達成され、 $\dot{\tilde{q}}$ もまた零収束する。

(注意 4) (17) 式の誤差方程式右辺の $A_f \tilde{\rho}$ は未知パラメータ ρ を含むが、この信号は利用可能な信号 $\tau_f - A_f \hat{\rho}$ と同じなので、勾配法アルゴリズムを利用して小さくできる。文献 [5] では、 $A_f \tilde{\rho} \rightarrow 0$ を達成する適応則として、最小二乗アルゴリズムを利用している。

3.2 文献 [5] の問題点

ここで問題となるのは、 $\hat{M}(q)$ の正定性を常に保証することである。文献 [5] の構成法は、制御入力に可調整パラメータの微分値を使用しており、可調整パラメータが凸領域を出ようとした瞬間に適応動作を切り換える必要があるため、従来のパラメータ射影アルゴリズム^{13)~17)}を文献 [5] の構成法に適用する場合には、つぎの 3 つの問題点が生じる。

1) 射影動作の開始・開放時刻では、 $\dot{\hat{\rho}}$ が定義できない時刻が存在する。このため、これらの時刻では (12) 式の制御入力が合成できない。

2) 従来のパラメータ射影アルゴリズムは、切り換え型の微分方程式を解く必要がある。このため、数値実現した場合に数値誤差が発生しやすい。特に適応速度が大きい場合にはその誤差が増大し、しばしば指定した凸集合に $\hat{\rho}$ を拘束できない場合がある。このような場合には、実制御系の安定性を理論的に担保できない。

3) 射影動作の開始・開放時刻において、 $\dot{\rho}$ を左微分で代用したとしてもその値の変化に伴い入力トルクが不連続に変化する場合がある。このとき、入力トルクが過大になる場合があり、アクチュエータの性質によっては飽和が起きる、あるいは制御系の過渡応答に悪影響を与える場合がある。この問題点を解決するため、慣性行列の推定値の正定性が常に保証されるパラメータ射影アルゴリズムを提案する。

4. 新たな適応制御器の提案

本節では $\hat{M}(q)$ の正定性を確保するのに、前述の 3 つの問題が生起しない新しいパラメータ射影アルゴリズムを併用した適応制御器を提案する。

4.1 制御器設計の考え方

(17) 式の誤差方程式において、制御目的を達成するためには $\hat{M}(q) > 0$ を保証することが必要となる。

(14) 式の $\hat{M}(q)$ が正定になる $\hat{\rho}$ の集合はつぎの集合 C_0 で定義される。

$$C_0 := \{\hat{\rho} \mid \hat{M}_1 - 2\hat{R} > 0, \hat{M}_2(\hat{M}_1 - \hat{M}_2) - \hat{R}^2 > 0\} \quad (19)$$

この集合は、頂点で結合した 2 つの円錐の内側を表す集合であり凸集合ではない。そこで、 ρ の要素がすべて正のパラメータであることを考慮し、つぎの集合 C_1 を定義する。

$$C_1 := \{\hat{\rho} \mid \hat{M}_1 > 0, \hat{M}_2 > 0, \hat{R} > 0, \hat{M}_1 - 2\hat{R} > 0, \hat{M}_2(\hat{M}_1 - \hat{M}_2) - \hat{R}^2 > 0\} \quad (20)$$

このとき、集合 C_1 は C_0 の部分集合であり、Fig. 1 のような半円錐の凸集合となる。

さらに、次式で定義される C_1 の部分集合 C_2 (凸集合) を考える。

$$C_2 := \{\hat{\rho} \mid \hat{M}_1 - \hat{M}_2 - \hat{R} > 0, \hat{M}_2 - \hat{R} > 0, \hat{R} > 0\} \quad (21)$$

Fig. 3 に C_1 (半円錐) の部分集合である C_2 (三角錐) を図示する。

このとき、 C_2 を定義する 3 つの不等式の左辺に対応して

$$\alpha_1 := M_1 - M_2 - R \quad (22)$$

$$\alpha_2 := M_2 - R \quad (23)$$

$$\alpha_3 := R \quad (24)$$

を考えると、 α_3 は (9) 式の定義から明らかに正である。また、 α_1 および α_2 は、仮定 1、仮定 2 によって正であることがわかる。したがって、

$$\alpha_i = e^{\psi_i} \quad (i = 1 \sim 3) \quad (25)$$

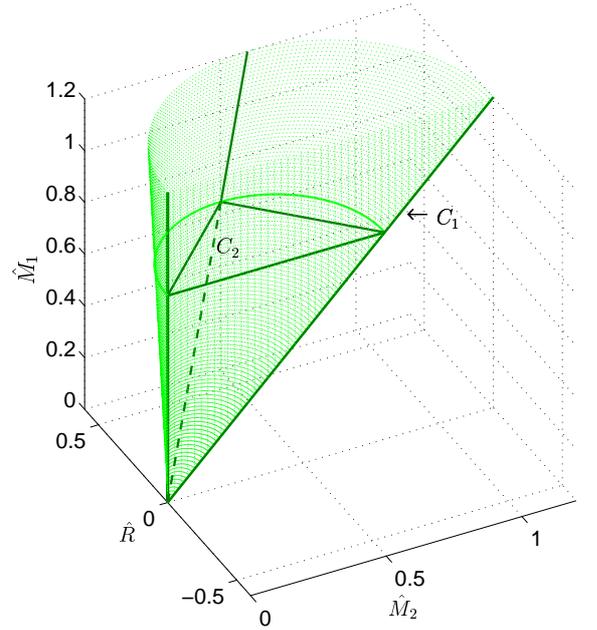


Fig. 3 A geometrical interpretation of convex set C_1 and convex set C_2

を満たす実数 ψ_i ($i = 1 \sim 3$) が必ず存在することがわかる。

そこで、 $\psi := [\psi_1, \psi_2, \psi_3]^T$ の推定値 $\hat{\psi} := [\hat{\psi}_1, \hat{\psi}_2, \hat{\psi}_3]^T$ から、 $\hat{\alpha}_i := e^{\hat{\psi}_i}$ ($i = 1 \sim 3$) によって α_i ($i = 1 \sim 3$) を間接的に推定することを考える。

(22)~(24) 式から次式を得る。

$$M_1 = \alpha_1 + \alpha_2 + 2\alpha_3 \quad (26)$$

$$M_2 = \alpha_2 + \alpha_3 \quad (27)$$

$$R = \alpha_3 \quad (28)$$

この関係を (2) 式の ρ に代入すると次式を得る。

$$\tau = A \begin{bmatrix} 1 & 1 & 2 \\ 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \alpha \quad (29)$$

$$= A_1 \alpha \quad (30)$$

ここに、

$$A_1 := \begin{bmatrix} \tilde{q}_1 & \tilde{q}_1 + \tilde{q}_2 & \kappa_1 \\ 0 & \tilde{q}_1 + \tilde{q}_2 & \kappa_2 \end{bmatrix}$$

$$\kappa_1 := [(2\tilde{q}_1 + \tilde{q}_2)(1 + \cos q_2) - (\tilde{q}_2 + 2\tilde{q}_1)\tilde{q}_2 \sin q_2]$$

$$\kappa_2 := [\tilde{q}_1(1 + \cos q_2) + \tilde{q}_2 + \tilde{q}_1^2 \sin q_2]$$

以下では、(30) 式の表現を活用した新たな適応制御器を提案する。

4.2 新たな適応制御器の合成

入力合成則をつぎのように定義する。

入力合成則

$$\tau := \hat{M}_1(q) (\ddot{q}_d - 2\lambda\dot{\tilde{q}} - \lambda^2\tilde{q}) + \hat{C}_1(q, \dot{q})\dot{q} + \tau_{a1} \quad (31)$$

$$\tau_{a1} := A_{1f}\dot{\hat{\alpha}} - \hat{M}_1(q) (\ddot{q} + \lambda\dot{\tilde{q}}) \quad (32)$$

ここに,

$$\hat{M}_1(q) := \begin{bmatrix} \hat{\alpha}_1 + \hat{\alpha}_2 + 2\hat{\alpha}_3(1 + \cos q_2) & \hat{\alpha}_2 + \hat{\alpha}_3(1 + \cos q_2) \\ \hat{\alpha}_2 + \hat{\alpha}_3(1 + \cos q_2) & \hat{\alpha}_2 + \hat{\alpha}_3 \end{bmatrix} \quad (33)$$

$$\hat{C}_1(q, \dot{q}) := \begin{bmatrix} -2\hat{\alpha}_3\dot{q}_2 \sin q_2 & -\hat{\alpha}_3\dot{q}_2 \sin q_2 \\ \hat{\alpha}_3\dot{q}_1 \sin q_2 & 0 \end{bmatrix} \quad (34)$$

(31) 式の τ を (30) 式の逆力学モデルに代入すると, つぎの誤差方程式が得られる.

$$\hat{M}_1(q) (\ddot{q} + \lambda\dot{\tilde{q}}) = -A_{1f}\tilde{\alpha}; \quad \tilde{\alpha} := \alpha - \hat{\alpha} \quad (35)$$

したがって, $\hat{M}_1(q)$ の正定性を保証しながら, 右辺の $A_{1f}\tilde{\alpha}$ が \mathcal{L}_2 信号となるように $\hat{\alpha}$ が適応則で更新されるならば, $\lim_{t \rightarrow \infty} \tilde{q} = 0$ が達成され, $\dot{\tilde{q}}$ もまた零収束する.

このため, つぎの適応則を提案する.

適応則

$$\dot{\hat{\alpha}} := [e^{\hat{\psi}_1}, e^{\hat{\psi}_2}, e^{\hat{\psi}_3}]^T \quad (36)$$

$$\hat{\alpha} := [\hat{\alpha}_1 \hat{\psi}_1, \hat{\alpha}_2 \hat{\psi}_2, \hat{\alpha}_3 \hat{\psi}_3]^T \quad (37)$$

$$\dot{\hat{\psi}} := \Gamma(p - R\hat{\alpha}); \quad \|\hat{\psi}(0)\| < \infty \quad (38)$$

ここに,

$$\begin{cases} \Gamma := \text{diag}\{\gamma_1, \gamma_2, \gamma_3\} > 0 \\ \dot{p} = -\lambda_1 p + A_{1f}^T \tau_f / N; \quad p(0) = 0 \\ \dot{R} = -\lambda_1 R + A_{1f}^T A_{1f} / N; \quad R(0) = 0 \\ \lambda_1 > 0, \quad N := \eta + \text{trace}(A_{1f} A_{1f}^T); \quad \eta > 0 \end{cases}$$

(注意 5) (38) 式の右辺は Kreisselmeier 型²⁴⁾ の適応則と同形になっているが, ここで考える適応則としては勾配法型の他の積分則でもよい. ■

(注意 6) (38) 式の初期値は $\|\hat{\psi}(0)\| < \infty$ だけでなく, 仮定 1, 仮定 2 に準じて

$$\hat{M}_1(0) - \hat{M}_2(0) - \hat{R}(0) > 0 \quad (39)$$

$$\hat{M}_2(0) - \hat{R}(0) > 0 \quad (40)$$

$$\hat{R}(0) > 0 \quad (41)$$

を満足する $\hat{M}_1(0), \hat{M}_2(0), \hat{R}(0)$ を用いて, つぎのように $\hat{\psi}_i(0) (i = 1 \sim 3)$ を与える.

$$\hat{\psi}_1(0) = \ln(\hat{M}_1(0) - \hat{M}_2(0) - \hat{R}(0)) \quad (42)$$

$$\hat{\psi}_2(0) = \ln(\hat{M}_2(0) - \hat{R}(0)) \quad (43)$$

$$\hat{\psi}_3(0) = \ln(\hat{R}(0)) \quad (44)$$

(注意 7) 微分値が不連続にならないパラメータ射影アルゴリズムとしては, シグモイド関数を射影関数に活用した文献 [19], [20] の方法が知られているが, ここでは, 可調整パラメータを正に拘束できればいいことから, 指数関数を射影関数に活用する文献 [18] に基づく方法を利用している. ■

提案する制御器に関してつぎの定理が成り立つ.

《定理 1》 (33) 式で定義される $\hat{M}_1(q)$ は, (36) 式のように定義した $\hat{\alpha}$ に対して常に正定な行列である.

(証明) (33) 式で定義される $\hat{M}_1(q)$ の (1,1) 要素は,

$$e^{\hat{\psi}_1} + e^{\hat{\psi}_2} + 2e^{\hat{\psi}_3}(1 + \cos q_2) > e^{\hat{\psi}_1} + e^{\hat{\psi}_2} \quad (45)$$

であるから常に正である ($\because 1 + \cos q_2 > 0$). また, $\hat{M}_1(q)$ の行列式は,

$$\begin{aligned} |\hat{M}_1(q)| &= (e^{\hat{\psi}_2} + e^{\hat{\psi}_3})(e^{\hat{\psi}_1} + e^{\hat{\psi}_3}) - e^{2\hat{\psi}_3} \cos^2 q_2 \\ &> e^{(\hat{\psi}_1 + \hat{\psi}_2)} + e^{(\hat{\psi}_2 + \hat{\psi}_3)} + e^{(\hat{\psi}_3 + \hat{\psi}_1)} \end{aligned}$$

であるから, 常に正である. よって, 慣性行列 $\hat{M}_1(q)$ はすべての時刻で一様に正定な対称行列であることがわかる. ■

《定理 2》 (31) 式の入力合成則と (36)~(38) 式の適応則および仮定 1, 仮定 2 を満足する (1) 式の制御対象からなる制御系の全信号は一様有界で, 制御誤差 $\tilde{q}, \dot{\tilde{q}}$ は零収束する.

(証明) 関数 $V(\tilde{\psi})$ をつぎのように定義する.

$$\begin{aligned} V(\tilde{\psi}) &= \sum_{i=1}^3 \frac{e^{\tilde{\psi}_i}}{\gamma_i} \left[e^{(\tilde{\psi}_i - \psi_i)} - \{(\tilde{\psi}_i - \psi_i) + 1\} \right] \\ &; \quad \tilde{\psi} = \psi - \hat{\psi} \end{aligned} \quad (46)$$

ここに, α の定義 (22)~(24) 式と $\alpha_i = e^{\psi_i} (i = 1 \sim 3)$ から $\psi_i (i = 1 \sim 3)$ がつぎのように表される.

$$\psi_i = \ln \alpha_i, \quad (i = 1 \sim 3) \quad (47)$$

任意の x に対して, $e^x - (x + 1) \geq 0$ (等号は $x = 0$ のとき) であるから, $V(\tilde{\psi})$ は正定関数である. このとき, (38) 式の解軌道に沿って $V(\tilde{\psi})$ の時間微分を評価すると次式を得る.

$$\begin{aligned} \dot{V}(\tilde{\psi}) &= \sum_{i=1}^3 \frac{1}{\gamma_i} (e^{\tilde{\psi}_i} - e^{\psi_i}) \dot{\tilde{\psi}}_i \\ &= -\sum_{i=1}^3 \frac{1}{\gamma_i} \tilde{\alpha}_i \dot{\tilde{\psi}}_i \\ &= -\tilde{\alpha}^T \Gamma^{-1} \dot{\tilde{\psi}} \\ &= -\tilde{\alpha}^T R \tilde{\alpha} \leq 0 \end{aligned} \quad (48)$$

(48) 式より, $V(\tilde{\psi})$ は, 非増加関数である. このことと $V(\tilde{\psi}(0))$ が有限値であること, および $V(\tilde{\psi}) \geq 0$ より, $V(\tilde{\psi}(\cdot)) \in \mathcal{L}_\infty$ と $\lim_{t \rightarrow \infty} V(\tilde{\psi}) = \text{const.}$ がいえる. この結果と $V(\tilde{\psi})$ の定義から, $\hat{\psi} \in \mathcal{L}_\infty$. R は準正定対称行列で $R = R^{\frac{1}{2}} R^{\frac{1}{2}}$ を満たす平方根行列 $R^{\frac{1}{2}}$ が存在するので, (48)

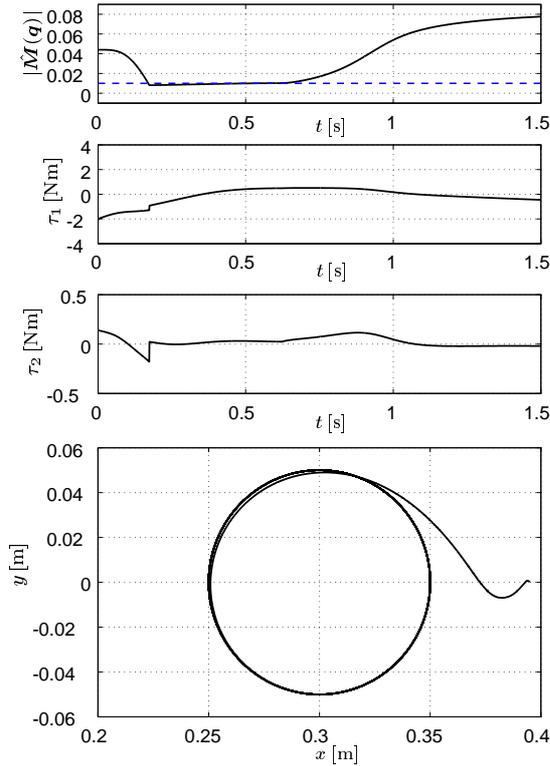


Fig. 4 Simulation results of conventional method

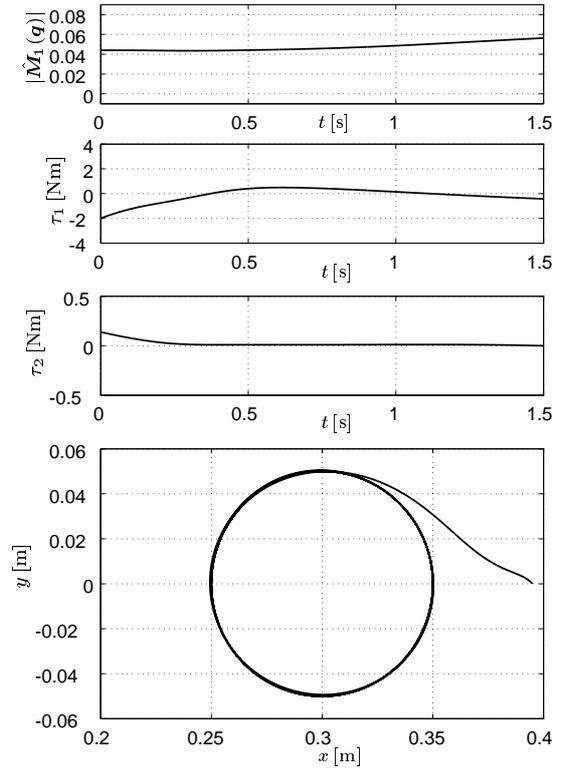


Fig. 6 Simulation results of proposed scheme

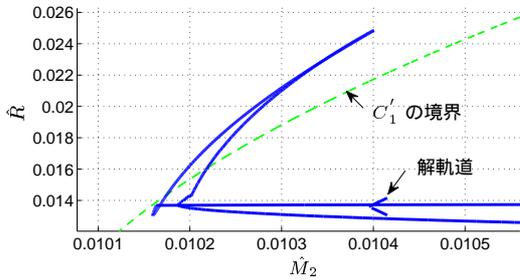


Fig. 5 The trajectory of adjustable parameter by conventional method

式はつぎのように表すことができる．

$$\dot{V}(\tilde{\psi}) = -\left\|R^{\frac{T}{2}}\tilde{\alpha}\right\|^2 \quad (49)$$

上式の両辺を積分すると

$$\int_0^{\infty} \left\|R^{\frac{T}{2}}\tilde{\alpha}\right\|^2 dt = V(0) - V(\infty) < \infty \quad (50)$$

となり, $R^{\frac{T}{2}}(\cdot)\tilde{\alpha}(\cdot) \in \mathcal{L}_2$ がいえる．このことと $R^{\frac{T}{2}}(\cdot) \in \mathcal{L}_{\infty}$, および (38) 式から, $\dot{\psi}(\cdot) \in \mathcal{L}_2$ がいえる．以上の性質によれば文献 [22], [23] と同様の手法で $A_{1r}\tilde{\alpha} \in \mathcal{L}_2$ を示すことができる．したがって定理 1 より, $\hat{M}_1(q)$ の正定性が保持されれば, $\tilde{q} \rightarrow 0$ が達成され, $\dot{\tilde{q}}$ の零収束性もいえる．■

従来法では, 可調整パラメータが凸領域の境界に到達した瞬間に適応動作が切り換わるため, 適応動作時に $\dot{\hat{p}}$, $\hat{M}(q)$ の微分値が存在しない問題があった．また, これらの微分値を左微分で近似した際には入力トルクが不連続になり, この

ような不必要な不連続性が制御量の過渡応答に影響を及ぼす問題を有していた．一方, 提案法では (37) 式からわかるように $\hat{\alpha}_i (i=1 \sim 3)$ がすべての時刻で存在するため $\tau_{\alpha 1}$ が実現できる．また, 適応動作を切り換える構造を必要としない．よって提案法は, 前述の文献 [5] の方法に起因して発生する問題を解決する方法であることがわかる．

(注意 8) 提案法は実現化する上で $\alpha_i = e^{\psi_i} (i=1 \sim 3)$ の代数計算を行うため若干の計算量の増加はあるものの, 従来法のような適応動作の切り換えに伴う演算を必要としない．この意味で, 提案法は従来法よりも実現が容易である． ■

5. 数値実験

提案法の有効性を検証するため, 提案法では従来法の問題点が生起しないことを簡単な数値実験で確認した．数値実験はつぎの条件で行った．

なお, 比較のため, 文献 [13] のパラメータ射影アルゴリズムを適用した数値実験も併せて行った．

制御対象は SICE-DD アームのようなロボットアームを考える．各パラメータは, 文献 [21] の値を参照し, $l_1 = l_2 = 0.2$ [m], $M_1 = 1.1505$ [kgm²], $M_2 = 0.0758$ [kgm²], $R = 0.0414$ [kgm²] とした．この数値は, 仮定 1, 仮定 2 を満足している．このとき, 先端座標が,

$$x(t) = \begin{bmatrix} 0.2 \cos q_1(t) + 0.2 \cos \{q_1(t) + q_2(t)\} \\ 0.2 \sin q_1(t) + 0.2 \sin \{q_1(t) + q_2(t)\} \end{bmatrix}$$

で表されるロボットアームに対して, 目標軌道 (中心 (0.3, 0),

半径 0.05 [m], 角速度 π [rad/s] で反時計回りの円運動)

$$x^*(t) = \begin{bmatrix} 0.3 + 0.05 \cos \pi t \\ 0.05 \sin \pi t \end{bmatrix}$$

を与えて数値実験を行った。

なお, 設定パラメータは, $\lambda = 3, \lambda_1 = 0.1, \Gamma = 35I$ とし, 可調整パラメータの初期値は, $\hat{\rho}(0) = [0.8 \ 0.06 \ 0.02]^T$, 初期角度は, $q(0) = [-0.1583 \ 0.3166]^T$ とした。また, 従来法で実際に数値計算を行うためには数値誤差を考慮する必要がある。そこで, 凸集合 C_1 の内側に δ だけ小さい凸集合 C'_1 を設定し, その集合に拘束を行った。 δ は 0.01 とした。

Fig. 4 に従来のパラメータ射影アルゴリズム¹³⁾を適用した結果を, Fig. 6 に提案法の結果をそれぞれ示す。それぞれ上から, 従来法の慣性行列 $\hat{M}(q)$ および提案法の慣性行列 $\hat{M}_1(q)$ の行列式の値 $|\hat{M}(q)|, |\hat{M}_1(q)|$, 各関節にかかる入力トルクおよび手先の位相面軌跡を表す。また, 従来法の射影動作開始・開放近傍時刻での $\hat{\rho}$ の軌道の拡大図を Fig. 5 に示す。

Fig. 4, Fig. 6 のそれぞれ下段の位相面軌跡から, 従来法および提案法ともに制御目的が達成されていることがわかる。

従来のパラメータ射影アルゴリズムを適用している場合には, 推定慣性行列 $\hat{M}(q)$ の正定性が満たされているものの微分値のない時刻が存在するため, 射影がかかる瞬間(この例では約 0.17 秒後)および射影から抜け出る瞬間(この例では約 0.63 秒後)入力トルク τ が不連続に大きく変動していることが Fig. 4 からわかる。

Fig. 5 より, 従来法で設定した凸領域をはみ出す時間区間が存在していることがわかる(本数値実験では, 刻み幅を 0.0005 とし, 積分近似にはルンゲ・クッタ法を使用した)。

第 3 節の問題点 2) で述べたように, 従来法はこのような数値誤差が発生する特徴を持っている構成法である。このため, 適応速度が大きい場合には, このような数値誤差によって $\hat{M}(q)$ の正定性が失われる可能性がある。

また, 第 3 節の問題点 3) で述べたように, 入力トルクの不必要な不連続性に伴い, たとえば過渡応答が乱れる, あるいはアクチュエータの飽和制限にかかるなどの制御系に悪影響を及ぼす可能性がある。

一方, 推定慣性行列 $\hat{M}(q)$ の正定性を確保するのに提案法を適用している Fig. 6 では, すべての時刻において常に正定性が確保されていることがわかる。また, ロボットアームの入力トルクが滑らかに変化し, 良好な応答が得られていることが確認できる。さらに, 提案法では数値実現において数値誤差を避けるため凸集合の内側に集合を再設定する, あるいは, 事前情報に基づき境界における法線ベクトルを設定する等の煩雑な計算を必要としない。このため, 提案法は従来法と比較し数値実現が容易であるという特長を有する。

6. おわりに

本論文では, 文献 [5] の構成法の問題点を解決するため, 新し

いパラメータ射影アルゴリズムを適用した適応制御系の構成法を提案した。これまでのパラメータ射影アルゴリズム^{13) - 17)}では, (1) 可調整パラメータが規定された凸領域の外に出ようとした瞬間に射影動作が起こるため, 可調整パラメータの微分値が定義できない時刻が存在する。(2) その微分値を左微分で近似したとしても, その値の変化に伴い入力トルクが不連続に変化し, 制御量の過渡応答に影響を及ぼす可能性がある。(3) 十分小さな刻み幅をとっても適応速度が大きい場合には, 射影動作が正確に数値実現できないことがあるといった問題点を有していた。このため可調整パラメータの変化率が制御系の過渡応答に悪影響を及ぼす可能性があった。提案法では, 可調整パラメータの微分値の存在が保証されるため, 射影動作に起因する過渡応答の劣化を生じない。また, 適応動作を切り換える必要がなく構成がシンプルである。

なお, 提案法では $\hat{\alpha}$ を計算するのに中間変数 $\hat{\psi}$ を必要とするが, (12) 式の制御則に対し $\hat{\rho}$ を直接計算することも可能である²⁵⁾。

提案法では仮定 1, 仮定 2 が必要であり, また, 射影によって拘束される $\hat{M}_1, \hat{M}_2, \hat{R}$ のパラメータ空間(凸集合)は, $\hat{M}(q) > 0$ を達成する集合の部分空間であった。これらの制約を緩和した構成法の検討は今後の課題である。

参考文献

- 1) J. J. E. Slotine and W. Li: On the Adaptive Control of Robot Manipulators, *The International Journal of Robotics Research.*, **6-3**, 49/59 (1987)
- 2) J. J. E. Slotine and W. Li: Adaptive Manipulator Control: A Case Study, *IEEE Trans.*, **AC33-11**, 995/1003 (1988)
- 3) 浪花, 有本, L. L. WHITCOMB, 劉: 手先拘束下にあるマニピュレータに対する Model-Based 適応制御, 計測自動制御学会論文集, **31-1**, 22/30 (1995)
- 4) 尹, 早川: ロボットマニピュレータのロバスト制御および適応ロバスト制御, 日本機械学会論文集. C 編, **67-657**, 1507/1514 (2001)
- 5) R. H. Middleton and G. C. Goodwin: Adaptive Computed Torque Control for Rigid Link Manipulators, *Systems & Control Letters*, **10**, 9/16 (1988)
- 6) W. Li and J. J. E. Slotine: An indirect adaptive robot controller, *Systems & Control Letters*, **12**, 259/266 (1989)
- 7) 水戸部, 劉, 那須, 足立: 間接法によるロボットの適応制御系の一構成法, 計測自動制御学会論文集, **31-1**, 31/37 (1995)
- 8) J. J. E. Slotine and W. Li: *Applied Nonlinear Control*, Prentice Hall (1991)
- 9) 大貫, 野波, 西尾: パラメータ適応同定に基づく不確かなロボットアームのセンサレススライディングモード位置決め制御, 日本機械学会論文集. C 編, **64-619**, 910/917 (1998)
- 10) A. Astolfi and R. Ortega: Immersion and invariance: A new tool for stabilization and adaptive control of nonlinear systems, *IEEE Tran.*, **AC48-4**, 590/606 (2003)
- 11) Dongeun. Seo and Maruthi. R. Akella: Non-certainty equivalent adaptive control for robot manipulator systems, *Systems & Control Letters*, **58**, 304/308 (2009)
- 12) 板宮, 山野, 鈴木: DyCE 原理に基づくモデル規範形適応制御系の一構成法とその安定性, 計測自動制御学会論文集, **34-9**, 1205/1213 (1998)
- 13) G. C. Goodwin and D. Q. Mayne: A parameter Estimation Perspective of Continuous Time Model Reference Adaptive Control, *Automatica*, **23-1**, 57/70 (1987)

