計測自動制御学会産業論文集
Vol. 3, No.10, 70/79 (2004)

旋回クレーンの起伏·旋回·巻上げ同時動作による直線搬送方式での荷物の最短時間制御†

沈瀅* 寺嶋一彦** 矢野賢一*** 鈴木健介***

Minimum Time Control of a Rotary Crane by Using Straight Transfer Transformation Method

Ying SHEN*・ Kazuhiko TERASHIMA**・ Ken'ichi YANO***・ Kensuke SUZUKI****

Abstract: This paper provides a method for controlling the load sway of a rotary crane using a straight transfer transformation (STT) model. The STT model was built and its parameters were geometrically derived. Taking the change of rope length into account, the optimal control of a rotary crane for reduction of residual vibration was solved by using the Davidon-Fletcher-Powell (DFP) optimization method. The minimum time control problem was solved for the transformed STT model by means of both clipping-off technique for the constraints of control inputs amplitude and the Bisection Method. The proposed control method using the STT model was demonstrated to be effective in eliminating the influence of centrifugal force through simulation and experiments.

1. 緒言

旋回クレーンの基本的な動作はブームの旋回，起伏，ロープの巻き上げであり，荷物を限定された範囲で，任意の場所に移すことができる．この利点を利用して，旋回クレーンは，荷役機械として工場，建設現場，港湾などで広く用いられている．Fig.1は，著者らの研究室で製作した実験用旋回クレーンの概略図である．

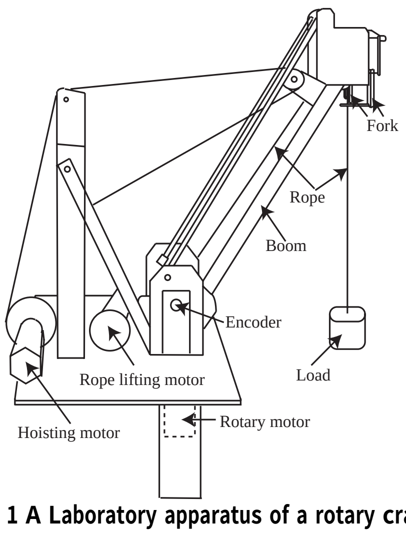


Fig. 1 A Laboratory apparatus of a rotary crane

†計測自動制御学会 SI 2003 にて発表（2003.12）

* 豊橋技術科学大学大学院 豊橋市天伯町雲雀ヶ丘 1-1
** 豊橋技術科学大学工学部 豊橋市天伯町雲雀ヶ丘 1-1
***岐阜大学工学部 機械システム工学科 岐阜市柳戸 1－1
****神鋼電機㈱開発本部 豊橋市三弥町元屋敷150
* Toyohashi University of Technology, Graduate school
** Toyohashi University of Technology, Faculty of engineering
***Gifu University, Faculty of engineering
**** Shiko Electric Co., 150 Motoyakiki, Sanya-cho
(Received September 1, 2004)

旋回クレーンでは旋回動作での遠心力により，荷物は揺れやすい．旋回クレーンの荷物の振動制御については，多くの研究が発表されている．坂和らは搬送終端において荷物の振動を止める最適制御を提案した[1]． Bahram らと多田らは，ファジーコントローラーにより制御系の設計をした[2, 3]．近藤らは荷物の位置に着目し運動制御を行う簡単な制振アルゴリズムを提案した[4]．高木，西村らはタワークレーンのフィードフォワード制御系設計用モデルと,吊り荷振れ角センサを用いないフィードバック制御器設計のためのモデルの導出を行って，制御系の設計を行った[5]．一方，山崎らは旋回と起伏を同時に動かせることで，クレーン先端を (x, z) の2次元平面に封じ込め，荷物を直線搬送させることで遠心力の影響をなくす方法を提案した[6]．そこでは，ロープ長一定で，しかも簡略化した線形モデルを対象として，2回の入力切替えを行うBang-Bang制御を用いた．

近年，著者らも旋回クレーンについて研究を行ってきた[7, 8]．文献8)では，荷物の振動角のフィードバックを必要としない，ハイブリッド整形法による制御系設計を報告している．しかしながら，遠心力に対しての振動抑制は不十分であった．一方，著者らは，山崎らの方法を，非線形システムに対する最適制御問題へと展開し，さらに，直線搬送方式の有効性を定量的に評価した[7]．そこでは，指定した時間での残留振動除去制御問題を取り扱った．現場では，等速搬送時や目標地点での残留振動をなくすとともに，短時間での搬送が望まれる．

したがって本論文では，旋回クレーンの旋回，起伏，巻き上げ·下げ同時運動による直線搬送方式での，残留振動制御と共に，荷物の移動に関する最短時間制御問題を取り扱い，速い搬送において実験でも振動制御が実現されているかを検証することを主目的とする．ここで，ブーム先端の軌道は，2次元空間上を移動する．本論文では，前報[7]と同様に，この2次元空間内に埋め込まれたモデルを，直線搬送変換方式（STT: Straight Transfer Transformation）モデルと呼ぶ．なお現場では，地面からの距離を変えずに荷物を運ぶことも多い．それを実現するにはロープ長

さを変えることを必要とし，本論文ではそれを考慮した．

このようなことから，本論文では，STTモデルに対して，ロープ長変化を考慮して，荷物の最短時間制御問題を，Davidon-Fletcher-Powell（DFP）方法と2分探索法を併用して解くこととした．入力の大きさの制約条件を，Quintanaら[9]は，クリッピング法（Clipping-off）を提案して，最適化手法であるFR法（Fletcher-Reeves）に組み込んでいる．本論文では，FR法より計算効率のよいと評価の高いDFP法にクリッピング法を組み込み，入力制約を考慮した最適アルゴリズムを導出した． さて，最短時間制御の解法は，種々提案されているが，厳密解法の計算は複雑となる．そこで本論文では，終端時間の t_f を順次短縮していくことにより，DFPのアルゴリズムをそのまま使い最短時間制御を求める簡単な方法を採用することにした．ただし，最小の t_f を求めるのに，2分探索法を用い計算の効率化を図った．そして，制御実験により提案方法が有効であることを実証することを本研究の目的とする．なお，最近，豊原等によって，直線搬送方式を実用化した，興味ある例が紹介され，有効性が実証されている[10]．そこでは，制御方法としては Preshaping手法が使われ， ロープ長変化に対しては計算効率の良い近似解を用いている．しかし，振動周期の時間差で制御する手法のため，ロープ長の長い場合，振動周期が長いことより搬送に時間がかかる．そこで本論文では，本研究の最短時間手法と実用的でよく用いられているPreshaping手法を比較検討し，各々の性能評価を行い，両者の特徴を明らかにすることも目的とする．

2. 直線搬送変換方式モデル

前報[7]と同じであるが，基礎式として必要なため2節で，結果のみ紹介しておく．

Fig.2は，旋回クレーンの模式図である．Table 1は各記号の定義を表す．ここで各部のモデルを以下に記す．

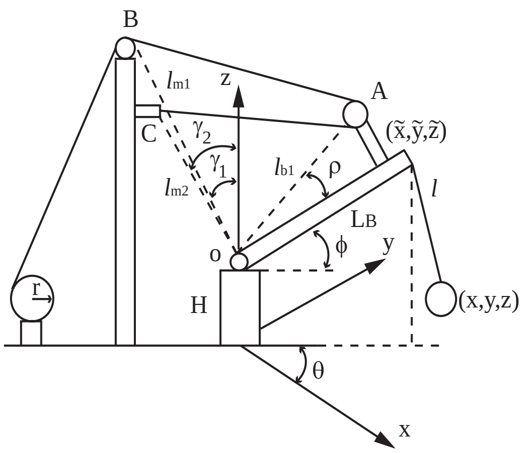


Fig.2 A schematic diagram of the rotary crane

旋回モータモデル：

$$\ddot{\theta} = -\frac{1}{T_\theta}\dot{\theta} + \frac{K_\theta}{T_\theta}u_\theta \tag{1}$$

起伏モータモデル：

$$E_\phi \ddot{\phi} = A_\phi \dot{\phi} + B_\phi u_\phi + F_\phi \dot{\phi}^2 \tag{2}$$

ここで

$$E_\phi = -\frac{l_{m1}}{\sqrt{L_{x1}}}\cos(\phi+\rho-\gamma_1) - \frac{l_{m2}}{\sqrt{L_{x2}}}\cos(\phi+\rho-\gamma_2),$$

$$A_\phi = -\frac{E_\phi}{F_\phi}, \quad B_\phi = \frac{rK_\phi}{l_{b1}T_\phi},$$

$$F_\phi = \frac{l_{m1}^2 l_{b1}}{L_{x1}\sqrt{L_{x1}}}\cos^2(\phi+\rho-\gamma_1) + \frac{l_{m1}}{\sqrt{L_{x1}}}\sin(\phi+\rho-\gamma_1) + \frac{l_{m2}^2 l_{b1}}{L_{x2}\sqrt{L_{x2}}}\cos^2(\phi+\rho-\gamma_2) + \frac{l_{m2}}{\sqrt{L_{x2}}}\sin(\phi+\rho-\gamma_2)$$

$$L_{x1} = l_{m1}^2 + l_{b1}^2 - 2l_{m1}l_{b1}\cos(\phi+\rho-\gamma_1)$$

$$L_{x2} = l_{m2}^2 + l_{b1}^2 - 2l_{m2}l_{b1}\cos(\phi+\rho-\gamma_2)$$

Table 1 Symbolic notation in Fig. 2

Symbol	Unit	Explanation
θ	rad	Rotary angle
ϕ	rad	Boom angle
l	m	Rope length
r	m	Radius of the drum
L_B	m	Length of the boom
H	m	Height of the crane
$(\tilde{x},\tilde{y},\tilde{z})$	m	Position of the crane tip
(x,y,z)	m	Position of the load
l_{b1}	m	Length of the line OA
ρ	rad	Angle between OA and boom
l_{m1}	m	Length of line OB
γ_1	rad	Angle between OB and axis z
l_{m2}	m	Length of line OC
γ_2	rad	Angle between OC and axis z

巻き上げモータモデル：

$$\ddot{l} = -\frac{1}{T_l}\dot{l} + \frac{K_l}{T_l}u_l \tag{3}$$

ここで，T_θ，T_ϕ，T_l は旋回モータ，起伏モータ，巻き上げモータの時定数である．K_θ，K_ϕ，K_l は各モータのゲイン，u_θ は旋回入力電圧，u_ϕ は起伏入力電圧，u_l は巻上げ入力電圧である． 旋回，巻き上げのモータモデルは，入力電圧と速度が1次遅れ系で表されることから明らかである．起伏モータモデルは(2)式より導出される．

荷物の振れ角は，垂直2方向にフォークを用意し，各フォークの振れ角を，各軸のエンコーダで実測される．荷物が搬送される時，

Fig.3に示すように，荷物の振動角度α'とβ'は，フォークとエンコーダのAとBの2対によって測定される．しかし，シミュレーションでは，荷物振動角は，αとβで与えられる．Fig.3より，(α, β)と荷物の位置(x, y, z)，及びクレーン先端の位置$(\tilde{x}, \tilde{y}, \tilde{z})$との関係は次の通りである．

$$\alpha = \sin^{-1}\left(\frac{x-\tilde{x}}{\sqrt{l^2-(y-\tilde{y})^2}}\right) \tag{4}$$

$$\beta = \sin^{-1}\left(\frac{y-\tilde{y}}{\sqrt{l^2-(x-\tilde{x})^2}}\right) \tag{5}$$

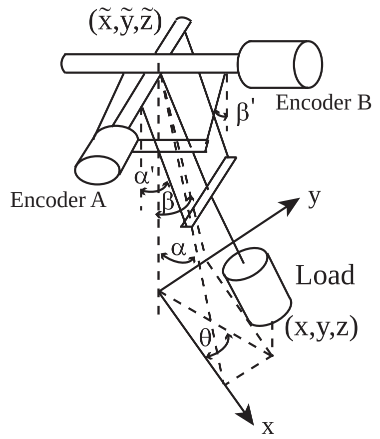


Fig.3 Measurement of swing angle

したがって，Fig.3より，(α, β)と(α', β')の間の関係は次式になる．

$$\begin{bmatrix}\alpha\\ \beta\end{bmatrix} = \begin{bmatrix}\cos\theta & -\sin\theta\\ \sin\theta & \cos\theta\end{bmatrix}\begin{bmatrix}\alpha'\\ \beta'\end{bmatrix} \tag{6}$$

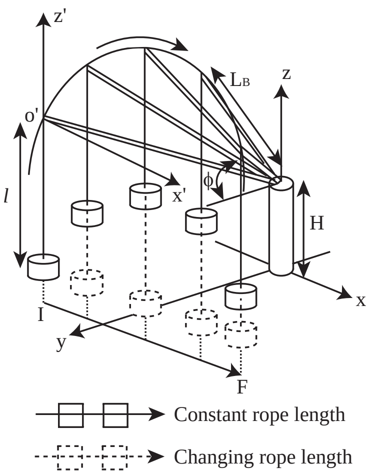


Fig.4 Concept of straight transfer transformation

STTは，旋回クレーンのブームの旋回と起伏を同時に動かせることで，クレーン先端のXY平面への投影軌跡が直線になることである(Fig.6)．

Fig.5 に示すように，実際のブーム長さL_Bが仮想ブーム長さRに，実際の旋回入力u_θと起伏入力u_ϕが仮想起伏入力u_ψに，また，実際の荷物の振動角度αとβが仮想振動角度ξに，各々置き換えられる．これにより微分方程式の3変数を削減できる．

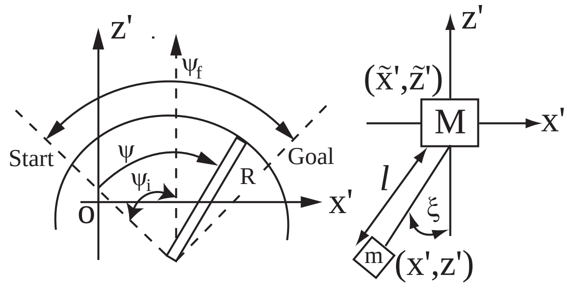


Fig.5 Straight transfer transformation model

2．1 STTモデル

STTモデルの概念図をFig.4に示す．ブーム先端の初期位置座標は$(\tilde{x}_i, \tilde{y}_i, \tilde{z}_i)$，終了位置座標は$(\tilde{x}_f, \tilde{y}_f, \tilde{z}_f)$であり，ブーム先端の軌跡は，XY平面上で直線になる．前報[7]により，STTモデルは次式で表される．

STTモデル：

$$\ddot{\psi} = u_\psi \tag{7}$$

$$\ddot{\xi} = -\frac{g}{l}\sin\xi + \frac{\ddot{\tilde{x}}'}{l}\cos\xi - \frac{\ddot{\tilde{z}}'}{l}\sin\xi - 2\frac{\dot{l}\dot{\xi}}{l} \tag{8}$$

$$\ddot{l} = \frac{\ddot{\tilde{z}}' + \ddot{\xi}l\sin\xi + \dot{\xi}^2 l\cos\xi + 2\dot{l}\dot{\xi}\sin\psi}{\cos\xi} \tag{9}$$

ここで

$$\ddot{\tilde{x}}' = R\left\{\ddot{\psi}\cos(\psi-\psi_i) - \dot{\psi}^2\sin(\psi-\psi_i)\right\} \tag{10}$$

$$\ddot{\tilde{z}}' = -R\left\{\ddot{\psi}\sin(\psi-\psi_i) + \dot{\psi}^2\cos(\psi-\psi_i)\right\} \tag{11}$$

ここで，(9)式は，荷物の地面からの距離を一定に保つためにロープ長を変化させる公式であり．$z' = \tilde{z}' - l\cos\xi = const$を2回微分することにより導出される[7]．

2.2 STTモデルのパラメータ

直線搬送のパラメータとしては，仮想ブームの長さR，初期仮想起伏角ψ_i，及び終了仮想起伏角ψ_f次のようになる：

仮想ブームの長さ：

$$R = \sqrt{L_B^2 - \frac{(\tilde{x}_i\tilde{y}_f - \tilde{x}_f\tilde{y}_i)^2}{(\tilde{x}_f-\tilde{x}_i)^2 + (\tilde{y}_f-\tilde{y}_i)^2}} \tag{12}$$

終了仮想起伏角ψ_f：

$$\psi_f = \cos^{-1}\left(1-\frac{S_{if}}{2L_B^2}\right) \qquad (13)$$

ここで

$$S_{if} = (\tilde{x}_f - \tilde{x}_i)^2 + (\tilde{y}_f - \tilde{y}_i)^2 + (\tilde{z}_f - \tilde{z}_i)^2$$

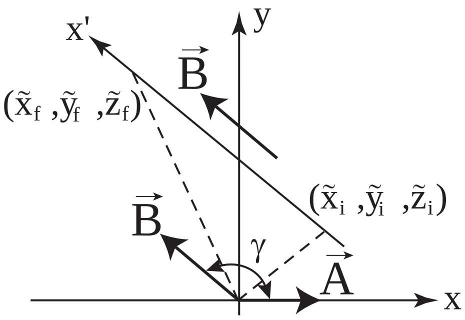


Fig.6 Rotation angle

<u>初期仮想起伏角</u>ψ_i

$$\psi_i = \begin{cases} \cos^{-1}\dfrac{\tilde{z}_i - H}{R} & \psi_f \neq \psi_D \\ -\cos^{-1}\dfrac{\tilde{z}_i - H}{R} & \psi_f = \psi_D \end{cases} \qquad (14)$$

ここで

$$\psi_D = \cos^{-1}\frac{\tilde{z}_f - H}{R} - \cos^{-1}\frac{\tilde{z}_i - H}{R}$$

2.3 実際の最適入力

絶対座標系での変数は，STT座標系の変数から，座標変換により求めることができる．

Fig.6に示されるように，γ は $\vec{A}$ と $\vec{B}$ の間の角度であり，

$$\gamma = \cos^{-1}\frac{\tilde{x}_f - \tilde{x}_i}{\sqrt{(\tilde{x}_f - \tilde{x}_i)^2 + (\tilde{y}_f - \tilde{y}_i)^2}} \qquad (15)$$

これより次式を得る．

$$\begin{bmatrix} \tilde{x} & \dot{\tilde{x}} & \ddot{\tilde{x}} \\ \tilde{y} & \dot{\tilde{y}} & \ddot{\tilde{y}} \\ \tilde{z} & \dot{\tilde{z}} & \ddot{\tilde{z}} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \tilde{x}_i & 0 & 0 \\ \tilde{y}_i & 0 & 0 \\ \tilde{z}_i & 0 & 0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \cos\gamma & 0 \\ \sin\gamma & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \tilde{x}' & \dot{\tilde{x}}' & \ddot{\tilde{x}}' \\ \tilde{z}' & \dot{\tilde{z}}' & \ddot{\tilde{z}}' \end{bmatrix} \qquad (16)$$

(16)式を用いて，絶対座標系でのクレーン先端位置($\tilde{x}, \tilde{y}, \tilde{z}$)，速度($\dot{\tilde{x}}, \dot{\tilde{y}}, \dot{\tilde{z}}$)，加速度($\ddot{\tilde{x}}, \ddot{\tilde{y}}, \ddot{\tilde{z}}$)を計算することができる．まず，旋回角度について，次式を得る．

$$\theta = \tan^{-1}\left(\frac{\tilde{y}}{\tilde{x}}\right) \qquad (17)$$

(17)式を2回微分して，次式を得る．

$$\ddot{\theta} = \frac{\ddot{\tilde{y}}\tilde{x} - \ddot{\tilde{x}}\tilde{y}}{\tilde{x}^2 + \tilde{y}^2} - \frac{2(\dot{\tilde{y}}\tilde{x} - \dot{\tilde{x}}\tilde{y})(\dot{\tilde{x}}\tilde{x} + \dot{\tilde{y}}\tilde{y})}{(\tilde{x}^2 + \tilde{y}^2)^2} \qquad (18)$$

起伏角度については，次式を得る．

$$\phi = \sin^{-1}\frac{\tilde{z} - H}{L_B} \qquad (19)$$

(19)式を2回微分すると，

$$\ddot{\phi} = \frac{\ddot{\tilde{z}}}{\left[L_B^2 - (\tilde{z} - H)^2\right]^{1/2}} + \frac{\dot{\tilde{z}}^2(\tilde{z} - H)}{\left[L_B^2 - (\tilde{z} - H)^2\right]^{3/2}} \qquad (20)$$

(1)～(3)式より，実際の旋回入力電圧 u_θ，起伏入力電圧 u_ϕ とロープ巻き上げ入力電圧 u_l は次式となる．

$$u_\theta = \frac{T_\theta}{K_\theta}\ddot{\theta} + \frac{1}{K_\theta}\dot{\theta} \qquad (21)$$

$$u_\phi = \frac{E_\phi\ddot{\phi} - A_\phi\dot{\phi} - F_\phi\dot{\phi}^2}{B_\phi} \qquad (22)$$

$$u_l = \frac{T_l}{K_l}\ddot{l} + \frac{1}{K_l}\dot{l} \qquad (23)$$

用いた実験装置の制限条件をTable 2に示す．ここで $V_{\max}$ は最大電圧，$\omega_{\max}$ は最大角速度，$a_{\max}$ は最大角加速度であり，操作入力の制限条件となる．

Table 2 Restricted conditions for the actual apparatus

Parameter	$V_{\max}$	$\omega_{\max}$	$a_{\max}$
Rotary	±10 v	±1 rad/s	±2 rad/s^2
Hoisting	±10 v	±0.3 rad/s	±2 rad/s^2
Rope lifting	±10 v	±0.12 rad/s	±1 rad/s^2

3. 最適制御

本論文では，最適制御入力を次の方法により求める．一般的な方法であるが簡潔に要約しておく．

次の一般的な非線形状態システムを考える，

$$\dot{x}(t) = f(t, x(t), u(t)), \quad x(t_0) = x_0 \qquad (24)$$

ここで，$x = (x_1, \cdots x_n)^T$ は状態ベクトル，$f = (f_1, \cdots, f_n)$ は非線形 n 次元ベクトル関数，$u(t) = (u_1, \cdots, u_m)$ は m 次元ベクトル制御入力である．

評価関数は次式で与えられる．

$$J = g(t_f, x(t_f)) + \int_{t_0}^{t_f} f_0(t, x(t), u(t))dt \qquad (25)$$

ここで t_0 は初期時間，t_f は終端時間である．

Hamiltonian関数は次式で表される．

$$H = -f_0(t, x(t), u(t)) + p^T(t)f(t, x(t), u(t)) \qquad (26)$$

また，随伴方程式は次式となる．

$$\left.\begin{aligned} \dot{p}(t) &= -\left(\frac{\partial H}{\partial x}\right)^T = -f_x^T(t,x(t),u(t))p(t) \\ &\quad + f_{0x}(t,x(t),u(t)) \\ p(t_f) &= \frac{\partial g(t_f,x(t_f))}{\partial x(t_f)} \equiv p_f \end{aligned}\right\} \quad (27)$$

ここで，$f_x \equiv (\partial f)^T / \partial x$，$f_{0x} \equiv (\partial f_0)^T / \partial x$ である．評価関数の勾配 J_u は次式となる．

$$J_u = -\frac{\partial H}{\partial u} = -f_u(t,x(t),u(t))p(t) + f_{0u}(t,x(t),u(t)) \quad (28)$$

ここで，最適制御問題は(24)式と(27)式によって表された二点境界値問題になる．そこで，この問題を解くために，DFP 方法を用い，最適解を次の一般的な手順により求めた[11)]

[DFP 方法を用いた最適制御入力導出の手順]

Step 1 任意の時間関数 $u_0(t)$, $t \in [t_0, t_f]$ を与える．$B_0 = I$ とする．
Step 2 $u_0(t)$ を用いて(24)式の解を得る．そして $x_0(t) = x(t,u_0)$ と，$u_0(t)$ を用いて，$p_0(t)$ を(27)式より，$t = t_f$ から $t = t_0$ まで逆時間に解く．これにより，勾配 J_{u0} を計算，$g_0 = J_{u0}$, $d_0 = -g_0$ と置く．$i = 1$ と置く．
Step 3 $J(u_{i-1} + \alpha d_{i-1})$ を最小にするαを求め，これを α_{i-1} とし，$u_i = u_{i-1} + \alpha_{i-1} d_{i-1}$ と置く．
Step 4 $s_{i-1} = u_i - u_{i-1}$, g_{i-1} , s_{i-1} を記憶する．
Step 5 $u_i(t)$ より $x_i(t)$, $p_i(t)$ を計算，J_{ui} を求め，$J_{ui} < \mathrm{E}$ であれば終了．ここで $\mathrm{E} = [\varepsilon, \cdots \varepsilon]^T$ は指定されたベクトルで，ε は正数である．ここでは，$\varepsilon = 10^{-6}$．終了条件を満たさなければ，$g_i = J_{ui}$ と置き，$y_{i-1} = g_i - g_{i-1}$ を記憶する．
Step 6 $i = 1$ のときはStep 7へ，

$$B_{i-1}y_{i-1} = y_{i-1} + \sum_{k=0}^{i-2}\left[\frac{(s_k, y_{i-1})}{(y_k, y_k)}s_k - \frac{(B_k y_k, g_i)}{(y_k, B_k y_k)}B_k y_k\right], i > 1$$

$B_{i-1}y_{i-1}$ を記憶.
Step 7

$$d_i = -g_i - \sum_{k=0}^{i-1}\left[\frac{(s_k, g_i)}{(y_k, y_k)}s_k - \frac{(B_k y_k, g_i)}{(y_k, B_k y_k)}B_k y_k\right]$$ を計算する．

Step 8 $i = i + 1$ として, Step 3に戻る．

内積 (y_k, y_k) は，$(y_k, y_k) = \int_{t_0}^{t_f} y_k^T y_k dt$ と定義される．

上のアルゴリズムを(7)～(11)式で表されたSTTモデルに対して適用する場合は，制御入力 $u(t)$ は(7)式の u_ψ であり，最終的な制御入力，u_θ，u_ϕ は座標変換(15)～(22)式を用いて求めることができる．なお，地面からの荷物の距離を一定にするロープ長の巻き上げ･下げは，(9)式により求めることができる．

4. 直線搬送方式のロープ長を考慮した最短時間制御

2節で紹介したSTTモデルを使って，荷物は直線に沿って搬送でき，また3節の最適制御により，荷物の残留振動を制御することが可能である[7)] しかしながら， Table 2の入力制約条件を満足させた上で，なるべく速く安全に荷物を搬送することが望まれる．最短時間制御はこのような条件を満たす効率的な方法の1つである．ここでロープ長が変化することも考えた最短時間制御の問題を考える．

搬送距離が長い場合（等速区間が存在するとき）には，搬送プロセスを3つのステップに分けることができる．つまり，加速搬送区間，等速搬送区間，減速搬送区間である．ここで，STTモデル(7)～(11)式に対して，制御入力として，加速度 $u_\psi = \ddot{\psi}$ を用いると，等速区間で $u_\psi = 0$ としても，なぜなら，直線 x' 方向への投影加速度 $\ddot{x}'$ は零にならず，(8), (10), (11)式より，ξ も零とならないことより残留振動が生じる． さて，そこで，等速区間で，荷物の振動をなくすためには，変数 $\ddot{x}'$ を $\ddot{\psi}$ の代わりに制御入力にすることで可能となり，本論文では(7)～(11)式を変形して，次式を導いた．

<u>改良STTモデル</u>:

$$\ddot{x}' = u_x \quad (29)$$

$$\ddot{\psi} = \frac{u_x/R - \dot{\psi}^2 \sin(\psi_i - \psi)}{\cos(\psi_i - \psi)} \quad (30)$$

$$\ddot{z}' = \frac{u_x \sin(\psi_i - \psi) - R\dot{\psi}^2}{\cos(\psi_i - \psi)} \quad (31)$$

$$\ddot{\xi} = -\frac{g}{l}\sin\xi + \frac{\ddot{x}'}{l}\cos\xi - \frac{\ddot{z}'}{l}\sin\xi - 2\frac{\dot{l}\dot{\xi}}{l} \quad (32)$$

$$\ddot{l} = \frac{\ddot{z}' + \ddot{\xi}l\sin\xi + \dot{\xi}^2 l\cos\xi + 2\dot{l}\dot{\xi}\sin\xi}{\cos\xi} \quad (33)$$

ここで，u_x は x' 方向のクレーン先端の加速度である．Table 2の入力制約条件を考え，u_x の最大値を $u_{x\max} = 1[\mathrm{m/s^2}]$，荷物の最大速度を $v_{\max} = 0.17[\mathrm{m/s}]$ にした．入力制限 $|u_x| \le 1[\mathrm{m/s^2}]$ に対し， 終端条件を，

$$\left[\dot{x}_{tf} \;\; \xi_{tf} \;\; \dot{\xi}_{tf}\right]^T = [0.17 \;\; 0 \;\; 0]^T \quad (34)$$

とし, (25)式の評価関数を次のようにした．

$$J = x(t_f)^T W x(t_f) \quad (35)$$

ここで， $x(t_f) = [v_{x\max} - \dot{x}_{tf} \;\; 0 - \xi_{tf} \;\; 0 - \dot{\xi}_{tf}]$ であり， 重み行列を， $W = diag[10^5 \;\; 10^5 \;\; 10^5]$ のように与えた．

ここで t_f は，加速度終了時刻である．問題は終端条件を満足する最適な入力 u_x を見つけ，しかも，t_f の最小値を見つけることである．なお，制御入力の制約は，ペナルティ法などを用いても解くことができるが，Quintanaらのクリッピングの方法 Clipping-off[9), 11)] を用いれば，勾配法のアルゴリズムを少し変更するだけで問題が解けるので，それを用いた．

Fig. 7にクリッピング法の概念を簡単に示す．最適な u^* として，i ステップで u^i を与える．勾配 g^i を計算して，それが入力制限に

おいて切り取られるとき，u^{i+1} を $\tilde{u}^{i+1}$ とする．これはただ u^{i+1} の非飽和部分だけを計算するために勾配テクニックが使われることを意味する．他方，u^{i+1} の飽和している部分を見いだすことにおいて，最大値原理が応用される．ここで， 新しい d_i は次のように計算される．

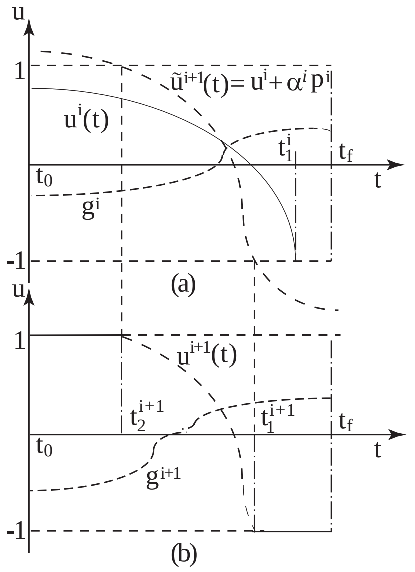


Fig.7 Clipping-off Process: (a) *i* th iteration, $S^i = [t_1^i, t_f]$;
(b) (*i*+1) th iteration, $S^{i+1} = \{[t_0, t_2^{i+1}], [t_1^{i+1}, t_f]\}$

$$d_i = -g_i - \beta_i \sum_{k=0}^{i-1} \left[\frac{(s_k, g_i)}{(y_k, y_k)} s_k - \frac{(B_k y_k, g_i)}{(y_k, B_k y_k)} B_k y_k \right] \quad (36)$$

ただし，

$$\beta_i = \begin{cases} 1, I_2 > 0, \, or \; I_2 < 0 \; but \; I_1 > -I_2 \\ \gamma\beta_m, \, I_2 < 0, but \;\; I_1 \le -I_2 \, (0 < \gamma < 1) \\ 0, I_2 = 0 \end{cases} \quad (37)$$

ここで，

$$I_1 = \int_{U_i} g_i g_i dt \quad (38)$$

$$I_2 = \int_{U_i} \beta_i \sum_{k=0}^{i-1} \left[\frac{(s_k, g_i)}{(y_k, y_k)} s_k - \frac{(B_k y_k, g_i)}{(y_k, B_k y_k)} B_k y_k \right] dt \quad (39)$$

そして， $\beta_m = -I_1 / I_2$ ．

(36)式の妥当性は次の方法で直接証明される．u_i と J_{u_i} のすべての値に対し，$|u_i| > 1$ かつ $u_i J_{u_i} < 0$ となる時間区間を飽和区間 S_i と定義し，残りの時間区間を U_i とする．そのとき，

$$\delta J_i = \int_{U_i} \left. \frac{\partial H}{\partial u} \right|_i \delta u_i dt \quad (40)$$

ここで，

$$\delta u_i = \begin{cases} \alpha_i d_i \;, t \in U_i \\ 0 \;, t \in S_i \end{cases} \quad (41)$$

ただし，

$$\left. \frac{\partial H}{\partial u} \right|_i = g_i \quad (42)$$

これにより，

$$u_{i+1} = sat(u_{i+1} + \alpha_i d_i) \quad (43)$$

となる．ただし，

$$sat(x) = \begin{cases} 1, \, x > 1 \\ x, \, |x| < 1 \\ -1, \, x \le 1 \end{cases} \quad (44)$$

と定義される．

さて， (41)式と(42)式を，(40)式に代入し，

$$\delta J_i = \alpha_i \int_{U_i} g_i d_i dt \quad (45)$$

(36)式と I_1，I_2 を用いると，次式を得る．

$$\delta J_i = -\alpha_i [I_1 + \beta_i I_2] \quad (46)$$

(36)式によって，$I_1 + \beta_i I_2 > 0$ であり，$\alpha_i > 0$ のとき， 次の結果が得られる．

$$J(u_{i+1}) < J(u_i) \;\; i = 0,1,2,\cdots \quad (47)$$

β_i を用い，探索方向 d_i を計算し，$u_{i+1} = u_i + \alpha_i d_i$ が計算される．そしてDFPアルゴリズムにより，評価関数は(47)式により収束していく．これで，入力制約を考慮した最適アルゴリズムの証明を完了する．

さて，本論文では，最短時間 t_f を，アルゴリズムの簡明性のため二分探索法によって行う．二分法を用いた最短時間 t_f の探索アルゴリズムを下記に示す．

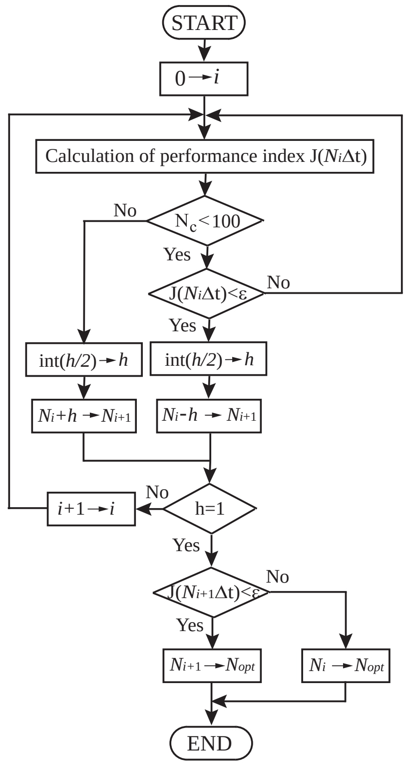


Fig.8 The flow chart of Bisection Method
[二分法によって最短時間を求める手順]

Step1 任意の初期定数 N_0 を与え，最短時間 $t_f = N_0 \times \Delta t$ とする．ここで $\Delta t = 0.01s$ はサンプリング時間を表す．そして終端時間更新のための変更時間ステップ数 h も任意に与える．
Step 2 評価関数 $J(N_i \Delta t)$ を計算する．計算回数の限定条件を $N_c = 100$ とする．この回数内で，終端条件を満足するなら，$N_{i+1} = N_i - \dfrac{h}{2}$ $(i = 0,1,\cdots)$ とし，終端時間を短くする．そうでなければ，$N_{i+1} = N_i + \dfrac{h}{2}$ とし，終端時間を長くする．そして $\mathrm{int}(\dfrac{h}{2}) \to h$ とする．
Step 3 もし $h \neq 1$ なら，$i = i+1$ とし， Step 2に戻る；もし $h = 1$ で終端条件が満たされるなら，$N_{i+1}\Delta t$ は最適な解(最短時間)である．終端条件が満たされないなら，前の計算結果 $N_i \Delta t$ を最適な解とする．

〔Remark〕 N_0 と h の初期値は，次のように与えた．

$$N_0 = c \times \frac{v_{x\max}}{u_{x\max}} \times \frac{1}{\Delta t} = c \times \frac{0.17}{1} \times \frac{1}{0.01}$$

$$h = 100$$

なお，係数 c は，任意に与えることができる．$c = 1$ の場合は，最大加速度を使って最大速度になる最小ステップ数を表す．制振を考慮すると，それ以上のステップ数が必要なことから，c は $c > 1$ を与える．また，6節で示すPreshaping法で求めた t_f （簡単に求まる）を，最大値（$t_{\max}$）とし，$c > 1$ と，$t_{\max}$ の間の適当な値を N_0 とするのが，N_0 の決め方の一つのガイドラインである．

Fig. 8は二分法のフローチャートを示す．

5. 制御実験結果と考察

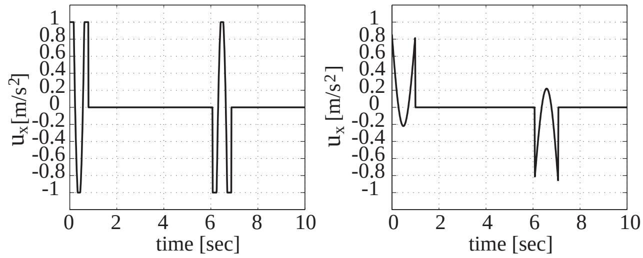
実験条件は，クレーン先端の初期位置は(0.73m, 0m, 1.05m)，最終位置は(0m, 0.73m, 1.05m)であり，初期ロープ長は0.9mである．搬送距離 $S = 10.3\mathrm{m}$ ．ただし，搬送荷物の地面からの位置は，0.15mに一定に保持するものとする．

Table 3 は，$c = 1,2,\cdots 6$ ときの計算結果を示す．J は評価関数の値，t_C は全体計算時間を表す．$\varepsilon = 5 \times 10^{-3}$ とした．

Table 3 Calculating result with the algorithm

c	N_0	t_f[s]	J	t_C[s]
1	17	0.83	4.9×10^{-3}	19.4
2	34	0.82	3.6×10^{-2}	25.3
3	51	0.83	4.9×10^{-3}	18.0
4	68	0.82	3.6×10^{-2}	20.1
5	85	0.83	4.9×10^{-3}	21.9
6	102	0.82	3.6×10^{-2}	22.1

Table 3より，$c = 3$ のとき，計算時間は一番速いことが分かる．そのとき，加速区間あるいは減速区間の最短時間 $t_f = 0.83\mathrm{s}$ ．そして全体搬送の時間は $t_{all} = 6.88\mathrm{s}$ となった．Table 4は，$c = 3$ の場合におけるその計算の途中結果（$i = 0,1,\cdots 6$）および最終結果（$i = 7$）を示す．この中に，i は二分法の計算の順番，N_c はDFP法の計算回数，t_c は計算時間，J は評価関数の値を表す．計算用CPUはPentium(R)4 (3.20GHz)である．



(a) t_f =0.82s(Minimum time control) (b) t_f =1s(Fixed time control)

Fig.9 The acceleration of the load in x' direction

Fig. 9の(a)は改良STTモデルに対してクリッピング法を用いて求めた最短時間制御入力の結果である．u_x は，$|u_x| \le 1[\mathrm{m/s^2}]$ の入力制約を与えた．これは，Table 2 の実際の制御入力の制約条件を満たすためには $|u_x| \le 1$ が必要であることが， シミュレーション解析で判明したことによる． Fig. 10 は2，3節で示した座標変換して得られた実際の制御入力を用いたときの最短時間制御のシミュレーションと実験結果を示す．等速区間で荷物の残留振動がゼロである．またTable 2の入力制約条件を満たしていることがわかる．

Table 4 Calculating result of t_f using Bisection Method

i	t_f[s]	N_c	J	t_c[s]	h
0	0.51	100	226	3.1	100
1	1.01	42	4.8×10^{-3}	0.8	50
2	0.76	100	4.72	3.7	25
3	0.89	55	4×10^{-3}	1.1	13
4	0.82	100	0.036	3.6	7
5	0.86	83	3.4×10^{-3}	1.2	4
6	0.84	95	4.9×10^{-3}	1.6	2
7	0.83	100	4.9×10^{-3}	2.9	1

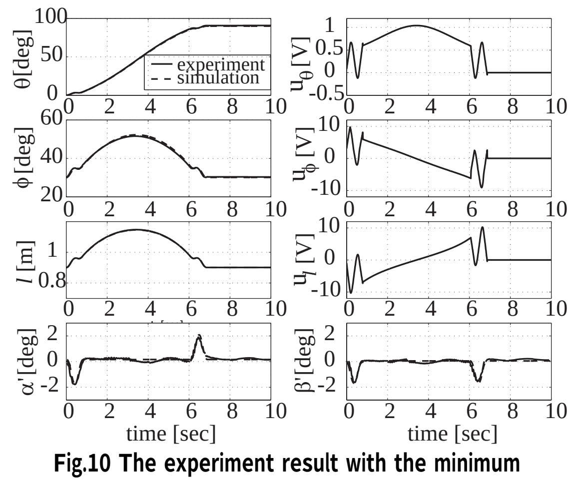


Fig.10 The experiment result with the minimum time control(t_{all} = 6.88s)

一方，Fig. 9 の(b)は，終端時間を，$t_f = 1\mathrm{s}$ と固定して，DFP

法により最適加速度入力を求めたものである．図(a)に比べると，最大加速度は $0.9\mathrm{m/s^2}$ と，小さくなることがわかった．さらに，Fig. 11に $t_f=1\mathrm{s}$ とした場合の制御結果を示す．制御入力はBang-Bang型とはならない．制振効果は良好であるが，搬送時間は 7.08s である．それに比べて，Fig. 10 の最短時間制御の場合は，制御とともに搬送時間が短縮されている．Fig. 12 はFig. 10の場合に，XY平面上に荷物の軌跡を示したものである．荷物の位置はシミュレーションと実験結果で良く合っており，直線軌道となっている．

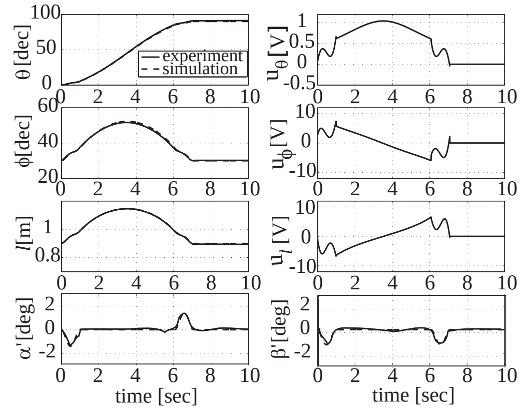


Fig.11 The experiment result with the fixed time control($t_{all}=7.08\mathrm{s}$)

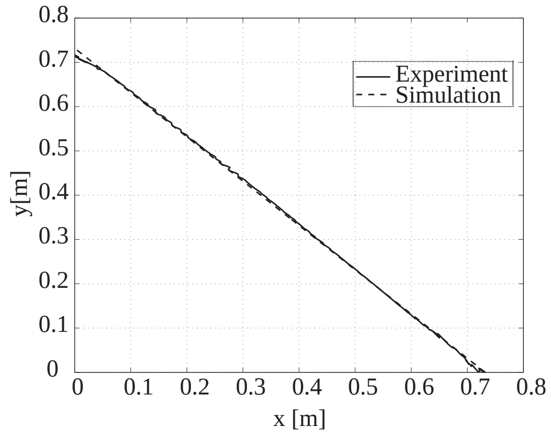


Fig.12 Locus of the load on XY plane in the case of Fig.10

なお，減速搬送区間の制御入力は $-u_x$ のようにして求めた．最短時間制御入力を求めた計算時間は，Table 4より全体の計算時間は18秒である．これに対して，仮に，文献7)で紹介した厳密な荷位置モデルを用いて計算すると，最低，これの25倍の時間を要し，STTモデルを用いて計算する有効性がわかる．さらに，二分法により，固定時間の最適制御の場合も，最短時間制御の場合も同一アルゴリズムの枠内で解をえることができ合理的である．18秒という計算時間は，始点と終点のタスクがあらかじめ計画されている場合はオフラインで求めておくことができるので，なにも問題はない．始点と，終点がオンラインで，突然変更される時は，場合によって問題となることも考えられる．しかし，これも計算機の性能によるので，性能のよいコンピュータを用いれば大幅に短縮も可能と考えられる．高速計算機で最適計算を行ない，えられた制御入力を，オンラインコントローラのマイコンに転送する方式を採用するとよい．また，アルゴリズムの構造が，t_f ごとに独立しているので，並列プロセッサを用いれば，高速化が期待できる．以上のことより，STTモデルを用いた直線搬送の最短時間制御も，実験において良好な結果を得ることができ，提案手法の有効性を実証できた．なお，本論文では，加速，等速，減速区間に分けて考えが，搬送距離が短く，最大速度に到達しない短い距離の搬送では，STTモデル(7)〜(11)式に対して，全体の搬送時間 t_f を4節のアルゴリズムで探索すればよい．

6. 他の制振法と本提案手法による最短時間制御との比較

Preshaping 理論12)とは，振動的な応答に対し，逆位相になるように入力を加え残留振動を除去する考えである．さて，この手法は，簡単なアルゴリズムで制振ができる定評のある方法であり，同一符号だけの加速度入力を用いたときに実現できる最短時間制御である．本論文提案手法と比較するために，Preshaping法を用いてSTT問題を解く．(32)式について，振れ角 ξ が十分小さい場合で，$\sin\xi\approx\xi$，$\cos\xi\approx 1$，最後の二項の微小部分を無視すれば，次の近似モデルが得られる．

$$\ddot{\xi}=\frac{u_{x0}}{l_0}-\frac{g}{l_0}\xi \tag{48}$$

ここで，l_0 は基準ロープ長とし一定とする．u_{x0} は基準加速度入力である．$\omega_n=\sqrt{\dfrac{g}{l_0}}$，$K=\dfrac{1}{g}$ のように定義すると，(46)式の伝達関数は，次式となる．

$$G(s)=\frac{\xi(s)}{u_{x0}(s)}=\frac{K\omega_n^2}{s^2+\omega_n^2} \tag{49}$$

ここで，振れ角 ξ の減衰係数は，$\zeta=0$ である．$l_0=0.9\mathrm{m}$ を選びと，固有周波数は $\omega_n=\sqrt{\dfrac{9.8}{0.9}}=3.3\mathrm{rad/s}$ となる．このとき，Preshapingの入力時刻 T と，入力の大きさ K_m は次の式により求まる12)．

$$\begin{cases} T=\dfrac{\pi}{\omega_n\sqrt{1-\zeta^2}}=0.95\mathrm{s} \\ K_m=\exp\left(\dfrac{-\zeta\pi}{\sqrt{1-\zeta^2}}\right)=1 \end{cases} \tag{50}$$

ここで，$u_{x\max}=1[\mathrm{m/s^2}]$，$v_{x\max}=0.17[\mathrm{m/s}]$ を考慮すると加速，減速時間は $t_a=t_1+T=\dfrac{v_{x\max}}{u_{x\max}}+T$，すなわち，$t_a=0.17+0.95=1.12\mathrm{s}$，　等速時間は，$t_u=\dfrac{S}{u_{x\max}t_1}-T$，すなわち，$t_u=\dfrac{1.03}{1\times 0.17}-0.95=5.14\mathrm{s}$ となる．　そのとき，全体搬送時間は $t_{all}=t_u+2t_a=7.4\,\mathrm{s}$ となる．

Fig. 13 はPreshaping法により得られた基準加速度入力 u_{x0} を示す．Fig. 14は2, 3節で示した座標変換により得られた実際の制御入力を用いたときの制御シミュレーションと実験結果を示す．制振効果があるが，本研究で提案した方法により求めた最短時間制御に比べると，搬送時間が長いことが分かる．Fig. 15 はFig. 13のPreshaping入力を用いて，ロープ長が 0.9〜1.2m の範囲で変動

したシミュレーションと実験結果を示す．ロープ長変動を考慮していないPreshaping法では，等速搬送区間にも振動を生じていること

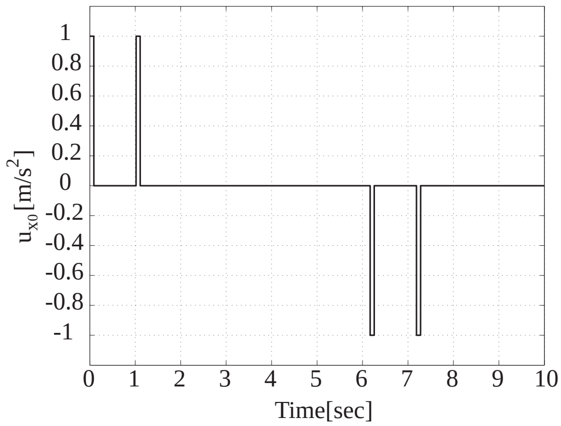


Fig. 13 Preshaping input

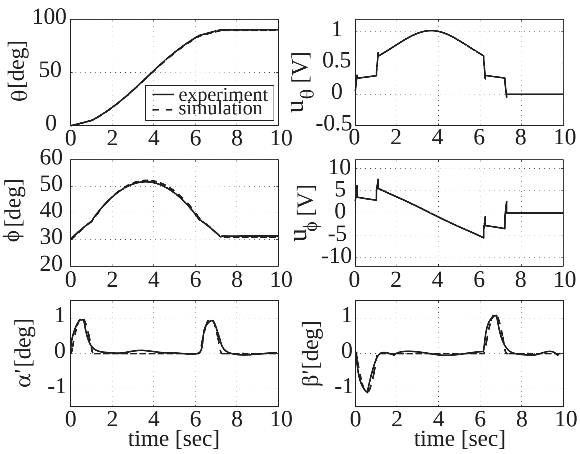


Fig.14 Experimental result by Preshaping input without the change of rope length

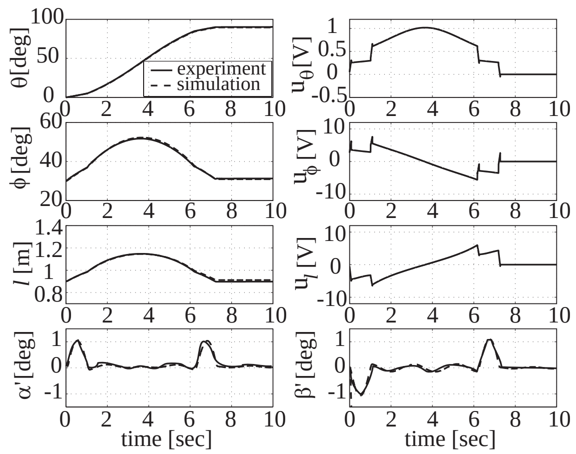


Fig.15 Experimental result by Preshaping input with the change of rope length

が分かる．さて，ロープ長が変動する場合に，豊原ら[10)]は，一定ロープ長に基づき求められたPreshaping入力をもとに，ロープ長変動が生じても残留振動が生じない方法を提案している．その方法を，本問題に適用する．まずロープ長変動を考慮したSTTモデル式は，(32)式より，次式を得る．

$$\ddot{\xi} = \frac{u_x}{l} - \frac{g}{l}\xi - 2\frac{\dot{l}\dot{\xi}}{l} \tag{51}$$

ロープ長が変動しても，(46)式の振れ角と，(48)式の振れ角が同じになる制御入力 u_x を求める．すなわち，

$$\frac{u_x}{l} - \frac{g}{l}\xi - 2\frac{\dot{l}\dot{\xi}}{l} = \frac{u_{x0}}{l_0} - \frac{g}{l}\xi \tag{52}$$

(49)式より，新しい加速度入力 u_x は次式となる．

$$u_x = \frac{l}{l_0}u_{x0} + (1-\frac{l}{l_0})g\xi + 2\dot{l}\dot{\xi} \tag{53}$$

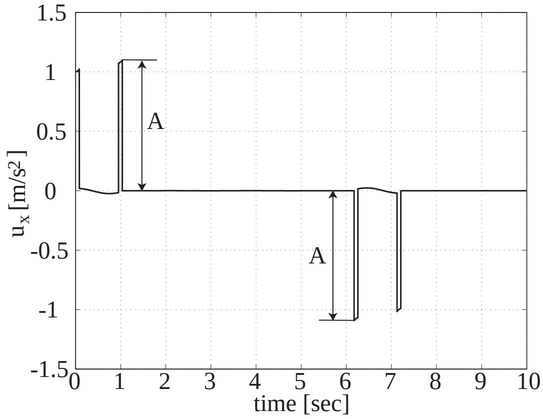


Fig.16 Preshaping input considering the change of rope length

Fig. 16 は(46), (48), (50)式より，計算されたロープ長変動に対応できる新しい加速度入力を表す．Fig. 16では，制御入力 u_x は制約をこえている．したがって，u_x はAで割ったものを用いる．計算時間は一瞬である．この入力を用いて行ったシミュレーションと実験結果をFig. 17 に示す．Fig. 17より，等速区間で振れ角はゼロであるが，搬送時間はFig. 14と同じ，7.4sなので，本論文で提案した最短時間制御6.88sより搬送時間は10%遅い．

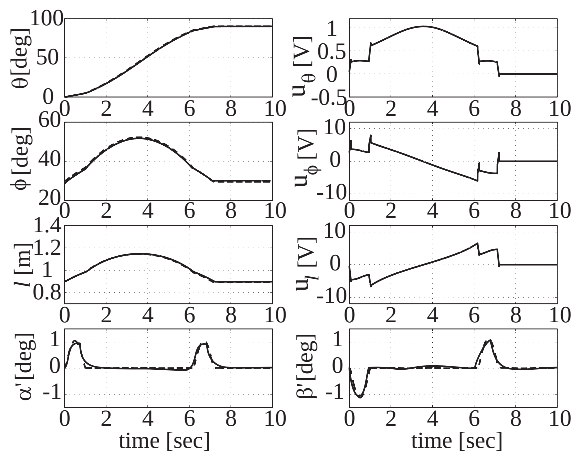


Fig.17 Experimental result by Preshaping input Considering the change of rope length

現場搬送の場合，ロープ長は長いことが多い．たとえば，ロー

プ長が10mの時，5節の条件の下で，Preshaping法では，加速時間は3.24s，全体搬送時間は9.37sである．一方，最短時間制御について，加速時間は1.78s，全体搬送時間は7.8sになる．すなわち，Preshaping法に比べて，加速時間は45%を短縮，全体搬送時間は17%短縮することができる．これらのことより，本研究で提案した方法による最短時間制御は，他の簡便な手法に比べて，当然ではあるが，残留振動の制御とともに，速い効率的な搬送が実現できていることが実証された．

7. 結言

本論文で得られた結果は次の通りである．

⑴ 旋回クレーンの遠心力による荷物の振れを除去するために， 旋回，起伏，荷物の巻き上げ･下げを同時に動作させ，直線搬送させる制御方式を提案した．

⑵ 等速搬送区間や，加速，減速搬送区間での残留振動を除去するために，従来の直線搬送変換方式（ STT ）モデルを修正し，計算しやすい形に変更した．

⑶ 最短時間制御を，DFP，クリッピング法，二分法の組み合わせにより合理的に解くアルゴリズムを構築し，実験によりその有効性を実証した．

⑷ 正の入力のみを用いるPreshaping法の簡便な制御方法に比べ，提案した最短時間制御法は，ロープ長が長くなる程搬送時間の短縮化の効果が顕著になり，かつ，残留振動を制御できる効率的搬送であることを実証した．

参考文献

1) 坂和，中住: 油圧シリングを用いた旋回クレーンのモデリングと制御，計測制御学会論文集，**21**-3, 86/95 (1984)

2) K.Bahram, A.Homaifar and M.Bikdash: Pendulation Suppression of a Ship Crane Using Fuzzy Controller, Proc. of the American Control Conference, San Diego, California, 586/590 (1999)

3) 多田，芳村，大谷，井上: 旋回クレーンの吊り荷振れ止め制御に関する研究（ファジィ理論による旋回振れ止め制御)，日本機械学会論文集(C編)，**65**-634, 192/199 (1999)

4) 近藤，武田: 振動周期に基づく旋回クレーンの振れ止め制御，日本機械学会論文集(C編)，**67**-655, 135/141 (2001)

5) 高木， 西村，内田: 吊り荷振れ角センサーを用いないタワークレー ンの制御（誤差学習による終端状態制御を用いた2自由度制御），日本機械学会論文集，(C編)，**67**-656, 103/111(2001)

6) 山崎，伊藤，久村: ジブ形クレーンの制御に関する理論的考察，計測制御学会論文集，**15**-6 , 118/124 (1979)

7) Y. Shen, K. Terashima and K. Yano: Optimal control of Rotary Crane Using the straight Transfer Transformation Method to Eliminate Residual Vibration, Trans. of the Society of Instrument and Control Engineers (English), **39**-9, 817/826 (2003)

8) 矢野，江口，寺嶋: 地面との衝突回避を考慮した旋回クレーンのセンサレス振れ止め制御，日本機械学会論文集(C編)，**68**-676, 145/153 (2002)

9) V.H.Quintana and E.J. Davision: Clipping-off Gradient Algorithms to Compute Optimal Controls with Constrained Magnitude, Int. J. Control, **20**-2, 243/255 (1974)

10) 豊原，下津: 旋回クレーンの振れ止め制御，計測自動制御学会システムインテグレーション部門講演会，642/643 (2003)

11) 嘉納秀明: システムの最適理論と最適化,コロナ社，(1987)

12) N.C. Singer and W.P. Seering: Preshaping Command Inputs to Reduce System Vibration, Transactions of the ASME, Journal of Dynamic System, Measurement, and Control, **112**-3, 76/81(1990)

［著者紹介］

沈　澄　（正会員）

1987年中国ハルビン工業大学微電機専攻修士課程修了， 同年瀋陽工業学院講師，97年助教授，2000年豊橋技術科学大学大学院電子･情報工学専攻博士後期課程入学，現在に至る．クレーンの研究， および最適制御とH_∞制御の研究に従事．

寺 嶋 一 彦　（正会員）

1981年京都大学大学院工学研究科博士後期課程修了．82年豊橋技術科学大学工学部生産システム工学系助手．講師，助教授を経て94年教授，現在に至る．91年9月～92年9月ドイツミュンヘン工科大学客員研究員．システム制御理論とその応用に関する研究に従事．システム制御情報学会，日本機械学会，日本鋳造工学会，日本ロボット学会，IEEE等の会員．

矢 野 賢 一　（正会員）

1999年豊橋技術科学大学大学院工学博士後期課程修了．同年豊橋技術科学大学工学部生産システム工学系助手となり現在，岐阜大学工学部機械システム工学科助教授．2002年8月～2003年8月ベルリン工科大学客員研究員．ロバスト制御理論とその応用，メカトロシステム制御などの研究に従事．システム制御情報学会，日本機械学会，日本ロボット学会，日本鋳造工学会， IEEEの会員．

鈴 木 健 介　（非会員）

2000年豊橋技術科学大学大学院生産システム工学専攻修士課程修了．同年より，神鋼電機㈱開発本部商品開発部に勤務．現在半導体液晶機器の開発に従事．